

**IVAN LUDGERO IVANQUI**

**UM MODELO PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ARRANJO FÍSICO  
DE INSTALAÇÕES INTERLIGADAS POR CORREDORES**

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia de  
Produção da Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de  
Doutor em Engenharia de Produção

Florianópolis - SC

Dezembro 1997

# UM MODELO PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ARRANJO FÍSICO DE INSTALAÇÕES INTERLIGADAS POR CORREDORES

Ivan Ludgero Ivanqui

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO e aprovada em sua forma final pelo orientador e pela banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção:




---

Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.  
Coordenador

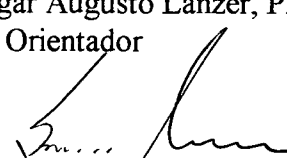
Prof. Plínio Stange, Dr. (In Memorium)  
Orientador

## BANCA EXAMINADORA



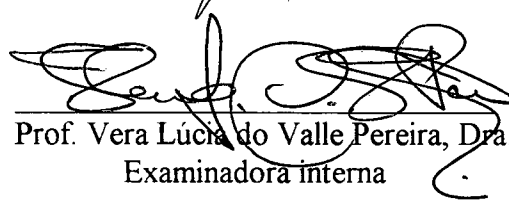
---

Prof. Edgar Augusto Lanzer, Ph.D.  
Orientador




---

Prof. Sérgio Fernando Mayerle, Dr.  
Co-orientador



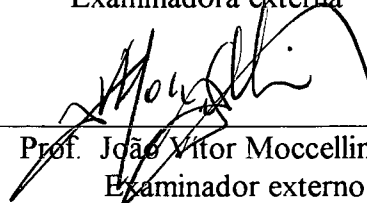
---

Prof. Vera Lúcia do Valle Pereira, Dra.  
Examinadora interna



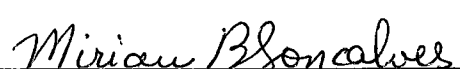
---

Profa. Maria Teresinha A. Steiner, Dra.  
Examinadora externa



---

Prof. João Vitor Moccellin, Dr.  
Examinador externo



---

Profa. Míriam Buss Gonçalves, Dra.  
Moderadora

Este trabalho é dedicado à  
Nereide, aos filhos Marcos,  
Ivana, Mara e aos netos Renann  
e Lara.

## AGRADECIMENTOS

Neste momento gostaria de expressar meus agradecimentos as pessoas que de certa forma colaboraram para a realização deste trabalho.

Ao professor Plínio Stange (in memorium) que me orientou na primeira fase do trabalho de pesquisa.

Ao professor Edgar Augusto Lanzer pela presteza em aceitar a orientação.

Ao professor Sérgio Fernando Mayerle meus sinceros agradecimentos por ter aceito o desafio que lhe foi proposto como grande profissional e amigo.

Ao amigo professor Manuel de Oliveira Rosa Lino e ao acadêmico Fabio de Moura Clark Vicentini por todo auxílio prestado.

A professora Alvarina Marques Bom Mundo pelo apoio na redação final deste trabalho.

Aos amigos do Departamento de Estatística da UEM pelo apoio e licença concedida durante estes anos.

A Universidade Estadual de Maringá e a CAPES por ter me concedido a oportunidade de realizar o curso.

A Nereide e a Ivana que me acompanharam e me alimentaram com amor durante todos esses anos, entendendo a minha ausência.

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo apresentar um procedimento para a solução de problemas de arranjo físico de instalações, de modo que instalações não adjacentes sejam interligadas por corredores. Os dados considerados pelo problema são: a matriz de fluxos, as áreas das instalações e as respectivas razões de forma.

Os modelos que descrevem o problema e os métodos existentes na literatura para sua solução, são apresentados na revisão bibliográfica.

O modelo proposto, considera três etapas distintas. Na primeira etapa, através do método de análise multivariada, gera-se uma estrutura de árvore que situa as instalações de modo a manter próximas àquelas que apresentam maior fluxo entre si. Na segunda etapa, procura-se, com a utilização de um algoritmo genético, determinar a árvore de corte, que minimiza o momento de transporte entre instalações e maximiza o atendimento da razão de forma das mesmas. Na última etapa, a partir de um arranjo físico sem corredor obtido com a aplicação das duas etapas anteriores, faz-se os ajustes necessários para a introdução dos corredores, a fim de interligar instalações não adjacentes, mantendo o momento de transporte o menor possível.

Diversos problemas propostos na literatura são resolvidos com o modelo proposto, e os resultados obtidos são comparados com os obtidos em outros trabalhos.

# ABSTRACT

The objective of this work is to propose a procedure for a solution on the facilities layout, in a way that the non adjacent facilities can be interconnected by aisles. The collected data are: flux matrix, facility areas and its respective aspect ratio.

The models found in the literature describing the problem and its proposed methods for solution are presented in the bibliography review.

The proposed model considers three distinct steps. In the first step, through the multivariate analysis technique, a slicing tree structure is constructed to place facilities with large traffic volumes close together. In the second step, using a genetic algorithm, a slicing tree was determined to minimize the moment of transport between the facilities and to maximize its aspect ratio. In the last step, from a good layout without aisle obtained with the use of the two previous steps, the necessary adjustments for the introduction of the aisles were made in order to interconnect non adjacent facilities.

Several problems can be solved with the proposed model, and the obtained results are compared with those obtained from other sources.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>xii</b>
<b>LISTA DE QUADROS .....</b>	<b>xv</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	4
1.2 OBJETIVOS .....	4
1.2.1 Objetivo geral .....	4
1.2.2 Objetivos específicos .....	4
1.3 LIMITAÇÕES .....	5
1.4 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO .....	5
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	6
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>2. O PROBLEMA DE ARRANJO FÍSICO</b>	
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	8
2.2 CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA .....	11
2.2.1 Introdução .....	11
2.2.2 Tipos de problemas .....	11
2.2.3 Diferença entre os problemas .....	12
2.2.4 Relação entre o problema de arranjo físico de instalações e o processo de produção .....	15
2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA PARA PROBLEMAS DE LEIATUE .....	17
2.3.1 Introdução .....	17

2.3.2 Modelo quadrático de atribuição .....	17
2.3.3 Modelo quadrático de recobrimento de conjunto .....	22
2.3.4 Modelos de programação linear inteira .....	24
2.3.5 Problemas de programação mista .....	24
2.3.6 Modelos que utilizam a teoria dos grafos .....	27
2.3.7 Modelos de arranjo físico de instalações proposto por Tam e Li .....	28
2.3.7.1 Definição do problema .....	28
2.3.7.2 Características geométricas .....	29
2.3.7.3 Restrições do modelo .....	30
2.3.7.4 Modelagem do problema .....	31
2.3.8 Outros modelos .....	33
2.4 MÉTODOS DE SOLUÇÃO .....	34
2.4.1 Classificação dos métodos de solução .....	34
2.4.2 Algoritmos para solução do problema de arranjo físico .....	36
2.4.2.1 Algoritmos de branch and bound e planos de cortes .....	36
2.4.2.2 Algoritmos construtivos .....	39
2.4.2.3 Algoritmos de melhoramento .....	40
2.4.2.4 Algoritmos híbridos .....	41
2.4.2.5 Algoritmos que utilizam a teoria dos grafos .....	42
2.4.2.6 Outros métodos encontrados na literatura .....	43
2.5 COMENTÁRIOS FINAIS .....	46
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>3. MODELO PROPOSTO</b>	
3.1 INTRODUÇÃO .....	48
3.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA .....	49



3.3 MÉTODO DE RESOLUÇÃO PROPOSTO .....	51
3.3.1 Considerações gerais .....	51
3.3.2 Algoritmo de busca genética .....	54
3.3.3 Estrutura do cromossomo .....	56
3.3.3.1 Codificação de uma solução .....	62
3.3.3.2 Construção de uma estrutura de árvore de corte .....	62
3.3.3.3 Construção de um arranjo físico de instalações a partir de um cromossomo .....	64
3.3.4 Função de avaliação do cromossomo .....	71
3.3.5 Processo de seleção natural .....	79
3.3.6 Processo de reprodução de cromossomos (cruzamento) .....	80
.....	81
3.4 ESTRATÉGIA DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO .....	82
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>4. RESULTADOS</b>	
4.1 INTRODUÇÃO .....	84
4.2 EXPERIMENTO .....	85
4.3 CONVERGÊNCIA DO PROCESSO .....	86
4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	92
4.4.1 Quanto a forma .....	92
4.4.2 Quanto ao custo .....	94
4.4.3 Análise conjunta .....	95
4.4.4 Resultados gráficos .....	97
4.5. RESULTADOS OBTIDOS PARA O PROBLEMA DE 30 INSTALAÇÕES (SEM LIMITAÇÃO NO NÚMERO DE ITERAÇÕES) .....	106

## **CAPÍTULO V**

### **5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES**

5.1 CONCLUSÕES .....	110
5.2 RECOMENDAÇÕES .....	111
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>113</b>
<b>ANEXO A - Busca de caminhos mínimos em grafos (Mayerle, 1997) .....</b>	<b>127</b>
<b>ANEXO B - Quadro de áreas e razão de forma para 30 instalações .....</b>	<b>129</b>
<b>ANEXO C - Quadros de fluxos (Nugent et al., 1968) .....</b>	<b>130</b>

# LISTA DE FIGURAS

2.1	Diagrama da transformação do problema P1 em P2.....	10
2.2	Tipos de arranjo físico de máquinas .....	12
2.3	Exemplo de matriz de permutação cíclica .....	20
3.1	Estrutura de funcionamento do modelo proposto .....	53
3.2	Uma estrutura de corte com seis instalações.....	57
3.3	Uma árvore de corte com seis instalações .....	57
3.4	Uma seqüência de árvore de corte e estrutura de corte correspondente .....	58
3.5	Exemplos de árvore de corte e estrutura de corte correspondente repre- sentando tipos de cortes: a) sem corredores e b) com corredores .....	59
3.6	Exemplos de árvore de corte e estrutura de corte correspondente utilizando só dois operadores .....	60
3.7	Uma estrutura da árvore de corte.....	61
3.8	Exemplo de uma árvore de corte com as coordenadas das instalações .....	65
3.9	Uma árvore de corte com corredor e sua estrutura de corte correspondente .....	66
3.10	Coordenadas para uma instalação i .....	66
3.11	Diferença relativa de área(%) no ajuste dos corredores por iteração .....	69
3.12	Árvore de corte com corredor de 1m .....	70
3.13	Estrutura de corte relacionada a árvore de corte da figura 3.11 .....	71
3.14	Estrutura de corte associado ao problema apresentado no quadro 3.1 e 3.2, com os respectivos pontos auxiliares .....	71
3.15	Exemplo do cruzamento entre duas soluções (strings) .....	81
4.1	Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da	

razão de forma(%), para arranjo físico com 12 instalações .....	87
4.2 Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da razão de forma(%), para arranjo físico com 15 instalações .....	87
4.3 Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da razão de forma(%), para arranjo físico com 20 instalações .....	88
4.4 Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da razão de forma(%), para arranjo físico com 30 instalações .....	88
4.5 Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para arranjo físico com 12 instalações .....	90
4.6 Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para arranjo físico com 15 instalações .....	91
4.7 Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para arranjo físico com 20 instalações .....	91
4.8 Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para arranjo físico com 30 instalações .....	92
4.9 Comparação entre erros médios das razões de forma .....	93
4.10 Comparação entre os custos de transporte determinados por ST1 e ST2 na primeira e segunda fase .....	94
4.11 Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de 2 instalações .....	96
4.12 Gráfico que exemplifica um erro de 21% na razão de forma .....	96
4.13 Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de 12 instalações .....	98
4.14 Arranjo físico obtido com a heurística ST2 para o problema de 12 instalações .....	99

4.15	Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de	
	15 instalações .....	100
4.16	Arranjo físico obtido com a heurística ST2 para o problema de	
	15 instalações .....	101
4.17	Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de	
	20 instalações .....	102
4.18	Arranjo físico obtido com a heurística ST2 para o problema de	
	20 instalações .....	103
4.19	Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de	
	30 instalações .....	104
4.20	Arranjo físico obtido com a heurística ST2 para o problema de	
	30 instalações .....	105
4.21	Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para	
	arranjo físico com 30 instalações .....	106
4.22	Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da	
	razão de forma (%), para arranjo físico com 30 instalações .....	107
4.23	Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de	
	30 instalações .....	108
4.24	Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de	
	30 instalações.....	109

## LISTA DE QUADROS

3.1	Áreas e restrições geométricas por instalação .....	48
3.2	Matriz simétrica de fluxos para seis instalações .....	49
3.3	Momentos de transporte obtidos utilizando o algoritmo genético para problemas com 12, 15, 20 e 30 instalações .....	52
3.4	Momentos de transporte obtidos utilizando <i>simulated annealing</i> para problemas de 20 e 30 instalações .....	52
3.5	Momentos de transporte obtidos utilizando o algoritmo de busca tabu após 150 iterações .....	52
3.5	Momentos de transporte obtidos utilizando o algoritmo de busca tabu após 400 iterações .....	52
3.7	Variações na largura e no comprimento no ajuste do corredor de 1 m .....	69
3.8	Variações na largura e no comprimento no ajuste do corredor de 2 m .....	69
3.9	Variações na largura e no comprimento no ajuste do corredor de 4 m .....	69
3.10	Relacionamento entre instalações e corredores para a árvore de corte da figura 3.12 .....	75
3.11	Coordenadas dos centróides de instalações, dos pontos que ligam Instalações aos eixos dos corredores e interseção de eixos de corre- dores da figura 3.12 .....	76
3.12	Caminhos mínimos obtidos com o algoritmo de Dijkstra .....	78
4.1	Distribuição acumulada do número de instalações por procedimentos e erro(%) na razão de forma .....	87
4.2	Momento de transporte obtidos em arranjo físico de 15 instalações .....	89

4.3	Momento de transporte obtidos em arranjo físico de 20 instalações .....	89
4.4	Momento de transporte obtidos em arranjo físico de 30 instalações .....	90
4.5	Valores de média, desvio padrão e estatísticas obtidas com a aplicação de ST1 e ST2, para os vários problemas .....	93
4.6	Valores de média, desvio padrão e estatísticas obtidas com a aplicação da primeira fase de ST1 e ST2, para os vários problemas .....	94
4.7	Valores de média, desvio padrão e estatísticas obtidas com a aplicação da segunda fase de ST1 e ST2, para os vários problemas .....	95

# CAPÍTULO I

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O problema de arranjo físico de instalações é relativo à distribuição física de um número de instalações sobre uma região plana. Ele pertence a uma classe de problemas de localização espacial que tem sido estudado em vários contextos, incluindo planejamento de espaços em arquitetura, arranjo físico de células manufatureiras, arranjo físico de escritórios, hospitais, arranjos de teclas em teclados de máquinas, montagens de componentes eletrônicos em placas e projeto de VLSI (*very-large-scale integration*). Embora o tipo de instalação possa variar em cada contexto, a formulação do problema em grande parte permanece o mesmo. Em geral, a área de cada instalação e os custos de fluxos entre cada par de instalações são estimativas de dados fornecidos por um engenheiro de produção. O custo associado ao fluxo pode ser especificado por uma medida quantitativa (por exemplo o fluxo de materiais), ou qualitativa (por exemplo a proximidade exigida entre instalações). A meta é minimizar os custos totais dos fluxos satisfazendo um conjunto de restrições especificadas, como por exemplo, a não sobreposição de instalações (Tam e Li, 1991).

Dada a complexidade do problema, inúmeros algoritmos de arranjo físico têm sido desenvolvidos para auxiliar o projetista num planejamento de processo entre instalações. De acordo com Kusiaki e Heragu (1987), esses algoritmos podem ser



classificados em quatro tipos principais: a) métodos construtivos; b) métodos de melhoramento; c) métodos híbridos, e d) métodos que utilizam a teoria dos grafos.

Com o auxílio dos computadores, os sistemas baseados nos métodos de construção geram arranjo físico alocando as instalações de forma sequencial até que todas sejam consideradas. Uma vez alocada, ela é fixa no local. Exemplos deste tipo de técnica são aplicados nos sistemas CORELAP, ALDEP e outros. Devido a seu sequenciamento e natureza de não retorno, o método usualmente necessita de menos esforço computacional, mas a qualidade da solução não é boa em relação aos outros métodos.

O método de melhoramento, por sua vez, inicia com um arranjo físico e o melhora através de trocas de locais entre as instalações. Para resolver o problema de arranjo físico com um grande número de instalações, sistemas de melhoramento recorrem a heurísticas de trocas eficientes, ao invés de buscar arranjo físico ótimos.

As heurísticas de trocas de instalações têm sido as técnicas mais usadas na literatura até agora. Usando as heurísticas de trocas, a decisão de trocar duas ou mais instalações é determinada por uma estratégia *hill-climbing* (ou *valley-seeking*) ou por um procedimento estocástico. O processo de trocas pára quando não se verifica melhora na solução ou quando o tempo definido para o processo é terminado. A heurística de trocas de pares desenvolvida por Hiller (1963) e Hiller e Connors (1966) e os aumentos para 3, 4 e 5 trocas (Liggett, 1981; Block, 1977; Picone e Wilhelm, 1984) formam a base de numerosos sistemas de melhoramentos tais como CRAFT, H63, H66, FRAT, CLO, COFAD e outros. Em geral, arranjo físico que apresentam bons resultados em termos do custo associado aos fluxos podem ser obtidos pelos métodos de melhoramento sem utilizar longo tempo computacional.

Liggett (1981), afirma que os métodos de melhoramento são muito sensíveis para o arranjo físico inicial, e os métodos construtivos podem ser usados para gerar um arranjo físico inicial que pode ser melhorado em seguida. Como consequência, obtém-se uma aproximação híbrida que combina os dois métodos anteriores tornando-se muito prático. Como exemplo deste tipo de abordagem tem-se o sistema FLAC.

Com o uso da teoria dos grafos, um arranjo físico pode ser representado de forma aproximada por um grafo não direcionado. As instalações correspondem aos vértices; os custos de fluxos entre instalações são associados às arestas. O método de solução é dado pelo dual de um subgrafo maximal planar que determina o arranjo físico final das instalações.

Embora o problema de arranjo físico tenha sido estudado por mais de duas décadas, os métodos desenvolvidos até agora apresentam restrições comuns encontradas nas tarefas diárias de arranjo físico. Consequentemente para transformar um arranjo físico gerado pelo computador em um arranjo físico prático, são necessários ajustes manuais, especialmente quando existem restrições de tamanho, orientação, e forma de cada instalação. De fato, os métodos computacionais na grande maioria não fazem uma inspeção visual da performance de saída como seria esperado, e particularmente quando o fluxo dominante é grande (Block, 1977).

A maior limitação dos métodos existentes é que eles particionam a planta num conjunto de regiões de mesmo tamanho. A formulação quadrática de atribuição, que é a base de numerosos modelos de arranjo físico, divide o espaço em uma malha retangular onde em cada célula da malha se localiza uma instalação. A característica geométrica de cada instalação é ignorada na formulação. Embora existam sistemas tais como CRAFT que resolvam esta limitação atribuindo um conjunto de células adjacentes para uma instalação e por considerar tais conjuntos como uma unidade quando efetua as trocas,

esses programas não têm controle sobre a forma de cada instalação, podendo aparecer nos arranjos físicos finais com instalações de formas irregulares. Além disso, Gondran e Minoux (1984) mostram que o problema quadrático de atribuição (PQA) é NP-completo, o que torna a sua aplicação na resolução de problemas de maior porte inviável.

Segundo Tam e Li (1991), as restrições apresentadas motivam uma abordagem de planejamento contínuo no projeto de arranjo físico que não seja restrita pelo paradigma de “atribuir instalações para uma célula (ou para um conjunto de células)”. Logo não se deve dividir o espaço em partes discretas mas considerar como um plano contínuo com todas as características geométricas das instalações levadas em consideração. A malha é retirada e as instalações podem ser trocadas para algum lugar no espaço de área designado.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Objetivo geral**

O objetivo geral deste trabalho é propor um modelo capaz de auxiliar o projeto de arranjo físico de instalações, com áreas diferentes, atendendo às restrições de forma, melhorando a qualidade do projeto através da otimização, dando ênfase à utilização de corredores conexos para interligar instalações não adjacentes.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

O modelo desenvolvido é proposto, ainda, para atingir os seguintes objetivos específicos:

- a) reduzir o momento de transporte associado ao arranjo físico de instalações, e conseqüentemente os custos com transporte de materiais e com o estoque de materiais em movimentação;
- b) obter ganhos de qualidade quanto à forma e dimensões das instalações envolvidas no projeto;
- c) aumentar a produtividade no processo de planejamento do arranjo físico.

### **1.3. LIMITAÇÕES**

Para aplicar o modelo proposto deve-se conhecer os valores de área, as razões de forma e o fluxo entre as instalações. Como o modelo é aplicável em problemas de arranjo físico de departamentos, é necessário conhecer, também, as dimensões da superfície plana onde se localizarão as instalações. A área desta superfície deve ser superior à soma total das áreas das instalações acrescida da área dos corredores.

Outra restrição associada ao problema considera que todos os corredores têm a mesma largura, não considerando, ainda, na construção do modelo, eventuais conflitos entre os diversos fluxos existentes.

Além disso, embora se proponha obter arranjo físico onde as instalações não adjacentes sejam interligadas por corredores, isto só é considerado numa segunda etapa do processo de busca da solução, quando já se obteve um arranjo físico inicial otimizado, em relação ao momento de transporte e à razão de forma, sem o uso de corredores. Esta estratégia de busca, embora limite o universo de soluções pesquisadas, tem por objetivo reduzir o tempo computacional da busca.

### **1.4. IMPORTÂNCIA DO TRABALHO**

Segundo Tompkins e White (1984) foi estimado que entre 20 e 50 por cento do total de operações despendidas na manufatura são atribuídas à movimentação de

materiais. O custo dessa movimentação é proporcional ao fluxo e a distância entre departamentos. Um arranjo físico bem planejado pode reduzir o custo de mão de obra no mínimo de 10% a 30%, aumentando, com isto, a produtividade.

Com a aplicação do modelo proposto, pretende-se obter a redução no momento de transporte e a redução do material em movimentação entre as instalações, o que implica na redução da quantidade de materiais e produtos em processo. Também é importante ressaltar que os custos associados a esses fatores não agregam valor ao produto, sendo, portanto, indesejáveis.

O problema de arranjo físico de instalações é classificado como um problema combinatorial, o que leva à busca de técnicas heurísticas para a sua solução. Isto tem feito com que um considerável espaço tenha sido dedicado ao problema na literatura, através da consideração de métodos meta-heurísticos da natureza. Tais métodos têm se mostrado eficientes na solução de muitos problemas deste gênero.

Neste trabalho, além de ser apresentada uma revisão dos diversos modelos existentes na literatura para resolução do problema de arranjo físico, também apresenta-se um modelo que resolve o problema de arranjo físico de instalações levando em consideração áreas e formas de cada instalação, além de interligar tais instalações através de corredores, quando estas não são adjacentes. Nos trabalhos apresentados na literatura, poucos tratam o problema utilizando corredores em sua solução, e os que o fazem, utilizam métodos construtivos, sem buscar soluções otimizadas.

## **1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO**

Este trabalho é subdividido em cinco capítulos, incluindo este primeiro, onde é apresentada uma visão geral do problema, os objetivos que se pretende alcançar ao final do trabalho, as limitações na aplicação do modelo e a sua importância.

No segundo capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica dos modelos e dos métodos encontrados na literatura para solução do problema de arranjo físico, os quais são apresentados segundo sua classificação, modelagem matemática e métodos utilizados na solução.

No terceiro capítulo é apresentada uma breve revisão da aplicação de algoritmos genéticos na solução do problema de arranjo físico, os quais foram tomados por base para o desenvolvimento do modelo proposto neste trabalho, e, além disso, são discutidos os detalhes do modelo proposto.

No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos na comparação do modelo proposto com o modelo apresentado por Tam (1992b). Foram utilizados para fins de comparação alguns problemas cujos dados se encontram disponíveis na literatura.

Finalmente, no quinto capítulo, são apresentadas as conclusões e algumas recomendações para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO II

### 2. O PROBLEMA DE ARRANJO FÍSICO

#### 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Segundo Evans et al. (1987), os termos *facilities planning* (planejamento de instalações), *facilities location* (localização de instalações), *facilities design* (projeto de instalações) e *facilities layout* (arranjo físico de instalações) são empregados freqüentemente de forma indistinta, particularmente em problemas levantados em empresas manufatureiras. Para tornar possível a distinção entre os termos e suas possíveis relações, Tompkins e White (1984) propuseram uma classificação hierárquica onde o planejamento de instalações subdivide-se em:

- 1) localização de instalação significa a posição que uma instalação tem em relação ao mercado, recursos, concorrentes, fornecedores, grupo de trabalho, energia, ambiente etc;
- 2) projeto de instalações significa a forma de contribuição dos componentes da instalação com os objetivos da mesma, subdividindo-se em:
  - a) projeto estrutural tem as propriedades físicas de uma instalação, por exemplo, os materiais usados na construção, o projeto mecânico, utilidades, estética e paisagem;

- b) projeto de arranjo físico consiste do planejamento da produção ou de áreas de trabalho, de armazenamento, de escritórios, de pessoal, de manejo de máquinas ou equipamentos etc;
- c) projeto de sistemas manuais significando fluxos eficientes de materiais, de pessoas, de informações ou de equipamentos sobre uma instalação.

O problema de arranjo físico de instalações se caracteriza como um problema de minimização combinatorial. Tem uma função objetivo a ser minimizada que é definida sobre um conjunto discreto, cujos elementos são todas as possíveis alocações de instalações. O número de elementos do conjunto de configurações cresce fatorialmente com o aumento do número  $N$  de instalações, de modo que a busca não pode ser feita de forma exaustiva quando  $N$  é grande. Também, pelo fato de tal conjunto ser discreto, impossibilita o uso das noções de continuidade, dificultando nos processos que utilizam o conceito de direção para caminhar no sentido do ótimo (Cortes, 1996).

No caso do projeto de arranjo físico de setores dentro do prédio, o número de arranjos físicos é igual a  $n!$ , sendo  $n$  o número de setores a arranjar, considerando-se que a área total dos setores é igual à área da edificação. No caso do arranjo físico de máquinas dentro de um departamento, a complexidade aumenta, pois, além do espaço das máquinas, deve-se considerar o espaço para circulação, o espaço para operação e manutenção dos equipamentos e áreas para futuras expansões. Com isto, o número de alternativas é igual a  $m! \times (S/S_m)$ , onde:  $m$  é o número de máquinas,  $S$  é a área do departamento e  $S_m$  é a área ocupada por todas as máquinas juntas (Marques, 1993).

Para que se possa avaliar a complexidade do problema, o número de soluções num problema de arranjo físico de um setor com 15 departamentos seria de  $15!$ , o que



nos fornece 1 307 674 368 000 possíveis soluções a serem testadas. Tais problemas, denominados de NP-completos, (Reingold et al, 1977; Gondran e Minoux, 1984) apresentam uma complexidade de resolução, por consumirem excessivo espaço de memória e elevado tempo de processamento.

Um problema é dito polinomial se existe um algoritmo denominado tempo-polinomial, cujo tempo de solução, estimado pelo número de operações elementares de bits (tais como, *or*, *and*, *not*, *print* etc) sobre uma string de entrada de tamanho  $I$ , é limitado superiormente por uma polinomial  $P(I)$  (Reingold et al., 1977).

Um algoritmo é dito determinístico, se ele explora uma alternativa do problema por vez, e retorna posteriormente para explorar as demais alternativas. Um algoritmo é denominado não-determinístico se ele explora todas as alternativas de um problema simultaneamente criando cópias de si em cada alternativa. Todas as cópias agem independentemente podendo criar novas cópias. Se uma cópia encontrar uma escolha improdutiva ela pára, se encontrar uma solução, comunica seu sucesso às demais cópias que param a execução (Reingold et al, 1977).

A classe de problemas que podem ser resolvidos em tempo polinomial por um algoritmo não-determinístico é denominada de classe NP (Gondran e Minoux, 1984).

Um problema  $P_1$  pode ser transformado num problema  $P_2$ , se em qualquer instância de  $P_1$  pode ser transformada em tempo polinomial numa instância de  $P_2$ , tal que a solução de  $P_1$  pode ser obtida em tempo polinomial a partir da solução da instância de  $P_2$ .

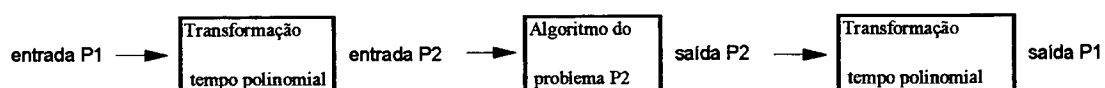


Figura 2.1 Diagrama da transformação do problema  $P_1$  em  $P_2$ .

Um problema é NP-hard se todo problema em NP é transformado nele, e um problema é NP-completo se ele está em ambas classes NP-hard e em NP (Reingold et al, 1977).

Segundo Kusiak e Heragu (1987) o problema de arranjo físico de instalações tem sido modelado como: problema quadrático de atribuição, problema quadrático de cobertura de conjunto, problema de programação linear inteira, problema de programação mista, um problema da teoria dos grafos.

## **2.2 CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA**

### **2.2.1 Introdução**

O problema de arranjo físico envolve o arranjo físico de um número dado de instalações tais como, departamentos ou máquinas, onde o custo total para movimentar o material necessário entre instalações é minimizado (Heragu e Kusiaki, 1991).

O problema tem sido examinado por mais de duas décadas. É estimado que entre 20 e 50% do total de operações utilizadas em manufaturas são atribuídas ao manuseio de material que está diretamente relacionado ao arranjo físico de instalações (Savsar, 1991).

Dois objetivos têm sido considerados para otimizar os arranjos físicos de instalações. Um deles é quantitativo o outro qualitativo. Na prática, esses objetivos são usados, um de cada vez, na avaliação do arranjo físico. Por exemplo, um objetivo quantitativo é o de minimizar o manuseio de material, e um objetivo qualitativo é o de minimizar algumas medidas de avaliação da proximidade dos departamentos (Savsar, 1991).

### **2.2.2 Tipos de problemas:**

Os tipos de problemas de projetos de instalações encontrados na literatura são:

a) problema de arranjo físico de instalações, e

b) problema de arranjo físico de máquinas.

Para o problema de arranjo físico de máquinas, três são os padrões (fig. 2.2) apresentados por Hassan (1994):

a) problemas de arranjo físico de máquinas em linhas simples;

b) problemas de arranjo físico de máquinas em linhas múltiplas;

c) problemas de arranjo físico de máquinas em *loop*.

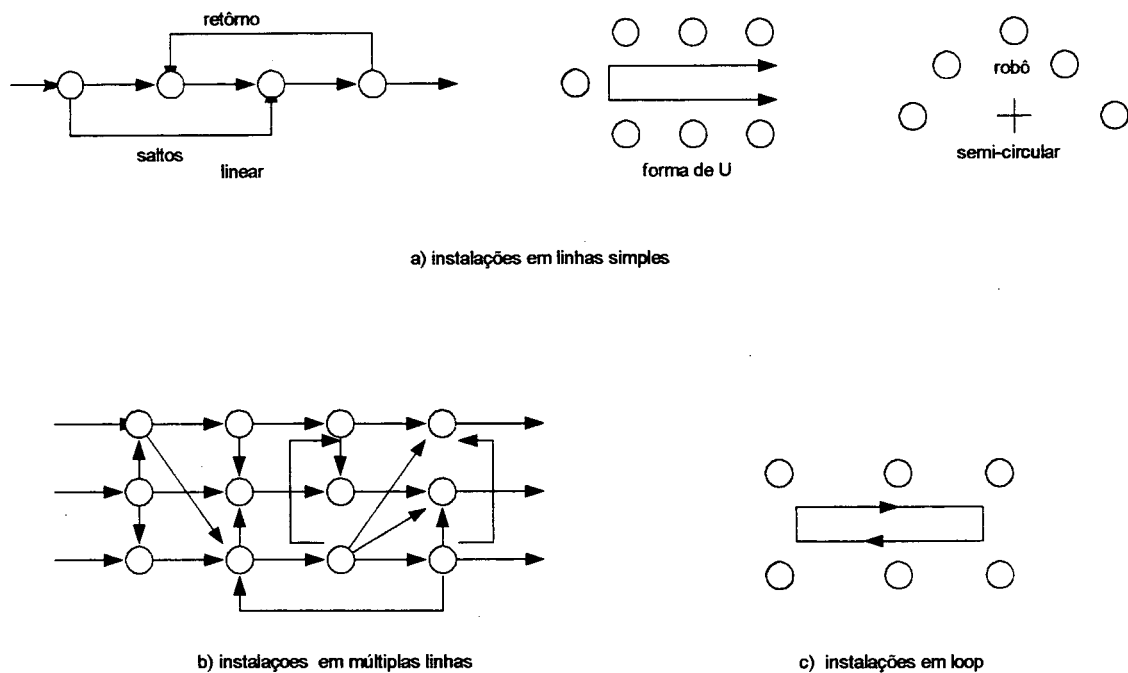


Figura 2.2: Tipos de arranjo físico de máquinas

### 2.2.3 Diferença entre os problemas:

Segundo Hassan (1994), existem diferenças entre os problemas de arranjo físico de instalações (ou blocos) e de máquinas e algumas destas diferenças são apresentadas a seguir:

1) nos modelos de arranjo físico de máquinas, as dimensões e áreas das máquinas são relativamente pequenas e podem ser consideradas iguais ou ignoradas no procedimento de solução sem perda de precisão. Desta forma, na maioria dos procedimentos de arranjo físico de máquinas, apresentados na literatura, as máquinas são representadas esquematicamente por um ponto. As posições ou as possíveis localizações das máquinas no arranjo físico podem ser consideradas equidistantes. Como consequência desta representação e da estrutura geométrica do arranjo físico, a distância entre as posições no arranjo esquemático é calculada facilmente. Por exemplo, a distância  $d_{ij}$  entre as posições  $i$  e  $j$  é calculada por (Afentakis et al., 1990):

$$d_{ij} = \begin{cases} j-i & \text{se } j > i \\ n+j-i & \text{se } j < i \end{cases} \quad \text{onde } n \text{ é o número da posição (ou da}$$

máquina).

Por outro lado, a área e as dimensões dos departamentos no problema de arranjo físico de instalações, apresentam variações o que torna impossível a suposição de áreas iguais e impede a representação esquemática do arranjo físico de instalações. Assim, os departamentos são representados como superfícies regulares com diferentes áreas no arranjo físico de instalação e as distâncias entre elas devem ser calculadas. Essas distâncias variam com a forma e as áreas dos departamentos (Hassan et al., 1986);

2) o arranjo físico de máquina leva em consideração a estrutura geométrica enquanto o arranjo físico de instalações não (Hassan, 1994);

3) a relação entre máquinas usadas nos problemas de arranjo físico de máquinas geralmente são relações quantitativas. Elas representam, tempo de trabalho,

custos e volume de peças movimentadas entre máquinas. Essas relações são representadas por uma matriz de fluxos que não é necessariamente simétrica, e os valores abaixo e acima da diagonal representam movimentos em direções opostas. Uma lista de peças com a sequência de máquinas necessárias para a sua fabricação é algumas vezes utilizada. Este tipo de dado de entrada pode ajudar a reduzir o retorno e aumentar o movimento da sequência. As relações quantitativas entre instalações são representadas por um gráfico, que é utilizado algumas vezes em problemas de arranjo físico de instalações, e podem não ser particularmente convenientes para arranjo físico de máquinas, e não têm sido usadas exceto por Abdou e Dutta (Hassan, 1994);

4) Vários fatores que são ignorados no problema do arranjo físico de bloco devem ser considerados no arranjo físico de máquinas visto que ele é um problema de arranjo físico detalhado, e esses fatores apresentam impacto na operação da instalação manufatureira. Alguns desses fatores são: utilização de máquinas, tempo e comprimento de fila, retorno e saltos, grau de automação, habilidade do operador em operar mais de uma máquina, número e capacidade de troca de ferramenta (*tool magazine*), adaptabilidade de equipamentos para manuseio de materiais, controle de ferramentas (*tooling policy*), número e localização das estações de carga e descarga, taxa de produção. Deve-se ressaltar, entretanto, que levar em consideração todos esses fatores simultaneamente, complica o desenvolvimento do arranjo físico analiticamente. Muitos desses fatores não foram ainda considerados nos modelos de arranjo físico de máquinas, simultaneamente ou individualmente (Hassan, 1994).

5) pelos fatores citados anteriormente, preparar os dados necessários para desenvolver um arranjo físico de máquinas (Hassan e Albin, 1994) requer uma análise mais elaborada que a necessária para o problema de arranjo físico de instalações (ou blocos). Por exemplo, o tempo de movimentação é uma função das distâncias e das características do sistema de manejo do material, tarefa desempenhada em movimento tal como carga e descarga, a direção do movimento, a quantidade e a localização das estações de carga e descarga, que devem ser considerados no problema. Um segundo exemplo, mostra a necessidade de considerar a razão de produção de um FMS (*Flexible Manufacturing Systems*), na função objetivo de um modelo de arranjo físico de máquinas (Co et al., 1989). Estes autores analisaram os valores médios de desempenho nas redes de filas afim de calcular as razões de produção (Hassan, 1994).

#### **2.2.4 Relação entre o problema de arranjo físico de instalações e o processo de produção**

Planejar o arranjo físico de uma certa instalação significa tomar decisões sobre a forma como serão dispostos, nessa instalação, os centros de trabalho que aí devem permanecer. Conceitua-se centro de trabalho, qualquer coisa que ocupe espaço: um departamento, uma sala, uma pessoa ou grupo de pessoas, máquinas, equipamentos, bancadas e estações de trabalho, etc. Em todo o planejamento de arranjo físico, irá existir sempre uma preocupação básica: tornar mais fácil e suave o movimento do trabalho através do sistema, quer esse movimento se refira ao fluxo de pessoas ou de materiais (Moreira, 1993).

Moreira cita três motivos que tornam importantes as decisões sobre arranjo físico:

- Elas afetam a capacidade da instalação e a produtividade das operações;
- Mudanças no arranjo físico podem implicar no dispêndio de consideráveis somas de dinheiro, dependendo da área afetada e das alterações físicas necessárias nas instalações, entre outros fatores;
- As mudanças podem representar elevados custos e/ou dificuldades técnicas para futuras reversões; podem ainda causar interrupções indesejáveis no trabalho.

Por esses motivos, poderia se pensar que um arranjo físico, uma vez estabelecido não deve ser mudado, e só deve ser aplicado para projetar novas instalações. Isso não é verdade, entretanto, pois diversos fatores tais como: a ineficiência de operações, taxas altas de acidentes, mudanças no produto ou serviço, necessidade de expor convenientemente produtos ou serviços ao cliente, mudanças no volume de produção ou fluxo de clientes, podem conduzir a alguma mudança em instalações já existentes.

Costuma-se agrupar os arranjos físicos possíveis em três grandes grupos, a partir dos quais podem existir tipos híbridos. Cada um desses tipos puros tem suas próprias características e conseqüências no que diz respeito aos custos de equipamentos envolvidos, manuseio de materiais ou movimentação de clientes, estoques de material em processo, etc. De certa forma, as características desses arranjos físicos são as dos sistemas de produção que lhes correspondem. Os tipos de arranjos físicos são:

- Arranjo físico por produto: corresponde ao sistema de produção contínua tais como as linhas de montagem e as indústrias de processo.
- Arranjo físico por processo: corresponde ao sistema de produção de fluxo intermitente como a produção por lotes ou por encomendas.

- Arranjo físico de posição fixa: corresponde ao sistema de produção de projetos.

O modelo apresentado será utilizado para resolver problemas de arranjo físico por processo.

## **2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA PARA PROBLEMAS DE ARRANJO FÍSICO**

### **2.3.1 Introdução**

Segundo Kusiak e Heragu (1987) os problemas de arranjo físico de instalação tem sido modelado como:

- a) problema quadrático de atribuição;
- b) problema quadrático de cobertura de conjunto;
- c) problema de programação linear inteira;
- d) problema de programação mista;
- e) problema da teoria dos grafos.

A seguir tais problemas serão apresentados em detalhes.

### **2.3.2 Modelo quadrático de atribuição**

Os primeiros pesquisadores a modelarem um problema para alocar instalação considerando o fluxo de materiais foram Koopmans e Beckman (1957). O modelo utilizado foi de um problema quadrático de atribuição. O nome se deve ao fato de que a função objetivo é uma função do segundo grau enquanto que as restrições são funções lineares semelhante ao problema de atribuição linear. A notação usada para o problema é a que segue:

n - número total de instalações ou posições;



$a_{ij}$  - retorno líquido da operação da instalação  $i$  na posição  $j$ ;

$f_{ik}$  - fluxo de material da instalação  $i$  para a instalação  $k$ ;

$c_{ij}$  - custo por unidade de transporte de material da posição  $i$  para a posição  $j$ ;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a facilidade } i \text{ está na posição } j, \\ 0 & \text{para os outros casos.} \end{cases}$$

Os autores consideraram que:

a)  $a_{ij}$  é o retorno bruto menos o custo inicial, e não inclui o custo de transporte de materiais entre instalações;

b)  $f_{ik}$  independe da posição da instalação;

c)  $c_{ij}$  independe da instalação e está associado a alternativa mais barata de transporte de material da instalação  $i$  para a instalação  $j$ , não passando por uma terceira posição.

O problema (PQA)

$$\max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n f_{ik} c_{jl} x_{ij} x_{kl} \quad (2.1a)$$

$$\text{s.a } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1b)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.1c)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.1d)$$

Contudo, se  $a_{ij}$  for considerado o custo de locação e operação da instalação  $i$  na posição  $j$  em vez de retorno líquido de operação da instalação  $i$  na posição  $j$ , então (2.1a) pode ser reescrita como:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n f_{ik} c_{jl} x_{ij} x_{kl} \quad (2.2)$$

As equações (2.2), e de (2.1b) até (2.1d) podem ser usadas como modelo do problema de arranjo físico de instalações, onde  $a_{ij}$ ,  $f_{ik}$  e  $c_{jl}$  representam:

$a_{ij}$  - o custo fixo para alocar a instalação  $i$  na posição  $j$ ;

$f_{ik}$  - o fluxo de material entre as instalação  $i$  e  $k$ ;

$c_{jl}$  - custo unitário do fluxo de material entre as posições  $j$  e  $l$ ;

(Lawler, 1963) introduz  $b_{ijkl}$ , onde:

$$b_{ijkl} = \begin{cases} f_{ik} c_{jl} + a_{ij} & \text{se } i = k \text{ e } j = l; \\ f_{ik} c_{jl} & \text{se } i \neq k \text{ ou } j \neq l. \end{cases}$$

e redefinindo a função objetivo (2.2) para:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n b_{ijkl} x_{ij} x_{kl} \quad (2.3)$$

Pelas restrições (2.1b) e (2.1c) na formulação acima,  $i \neq k$  se e somente se  $j \neq l$ , e  $i = k$  se e somente se  $j = l$ . Observe que na formulação acima, o número de instalações não é necessariamente igual ao número de locais. Entretanto, para alguns problemas, o número de instalações  $m$  pode ser menor que o número  $n$  de locais, isto é,  $m < n$ . Tal problema também pode ser formulado como um problema quadrático de atribuição desde que se introduzam instalações artificiais  $1, 2, \dots, n-m$  e se considere o fluxo entre essas instalações artificiais e as demais igual a zero.

Para o caso dos  $a_{ij}$  serem iguais ou iguais a zero, a função objetivo (2.2) reduz-se para:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n f_{ik} c_{jl} x_{ij} x_{kl} \quad (2.4)$$

Do problema quadrático de atribuição (2.2) e (2.1b) a (2.1d), dois casos especiais podem ser deduzidos:

a) problema linear de atribuição: quando os  $f_{ik}$  são iguais entre si, a função objetivo reduz-se a:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \quad (2.5)$$

A equação (2.5) e de (2.1b) a (2.1d) representam um problema linear de atribuição.

b) problema do caixeiro viajante: se os  $x_{ij}$  forem representados em forma matricial, a matriz resultante  $X = [ x_{ij} ]$  pode ser uma matriz de permutação, isto é, uma matriz em que cada linha e cada coluna tem pelo menos um valor diferente de zero e igual a um. A função objetivo (2.5) mais as restrições (2.1b) a (2.1d), e a condição de que a matriz permutação é cíclica (figura 2.3), fornece o modelo do problema do caixeiro viajante.

$$X = [ x_{ij} ] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & \dots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 2.3 Exemplo de matriz de permutação cíclica

O problema quadrático de atribuição (2.2), (2.1b) à (2.1d) tem sido usado freqüentemente para modelar o problema de arranjo físico de instalações. Entretanto, isto não significa que todo problema de arranjo físico de instalação deva ser formulado como um problema quadrático de atribuição, como no caso do problema de arranjo físico de máquinas onde a localização das máquinas não é conhecida a priori. Tais problemas não podem ser formulados como problemas quadráticos de atribuição, pois as distâncias não

podem ser determinadas. A distância  $d_{ij}$  entre as locações  $j$  e  $i$  dependem da sequência do arranjo de todas as outras máquinas.

Esta situação não se encontra em problemas de arranjo físico em que as instalações são todas de mesmo tamanho, pois a localização são todos de mesma área e as distâncias  $d_{jl}$  entre as localizações  $j$  e  $l$  independem da instalação atribuída naquele local. Entretanto,  $d_{jl}$  não muda de uma instalação alocada para outra. Problemas em que a distância entre localizações dependem da instalação alocada serão referenciados como um problema geral de arranjo físico.

Existem duas formulações para o problema geral de arranjo físico de instalações.

O primeiro é:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n f_{ik} c_{jl}^k x_{ij} x_{kl} \quad (2.6)$$

sujeita as restrições de equações (2.1b) a (2.1d), onde  $c_{jl}^k$  é o custo de transporte de uma unidade de material da posição  $j$  para a posição  $l$  sobre o arranjo  $k$ . Observe que  $k$  varia sobre o conjunto de todos os possíveis arranjos do arranjo físico como ressaltado por Armour e Buffa (1963), esse número depende das áreas das instalações e não precisa ser necessariamente  $n!$ . De fato em muitos casos práticos o número de arranjos viáveis do arranjo físico pode ser bem menor que  $n!$ . Isto pois, dois ou mais arranjos físicos podem ser simétricos e somente um deles precisa ser avaliado.

Do ponto de vista teórico o modelo apresentado expressa o que se deseja obter, mas na prática é de difícil solução, uma vez que os custos dependem do arranjo e vice-versa.

### 2.3.3 Modelo quadrático de recobrimento de conjunto

A segunda formulação para o problema geral de arranjo físico de instalações é o modelo quadrático de recobrimento de conjunto (Bazaraa, 1975). Nesta formulação, a área total ocupada por todas as instalações é dividida em um número de blocos (reticulado).

A notação usada é:

$q$  - número de blocos onde a área total ocupada por todas as instalações é dividida;

$I(i)$  - número de locais possíveis para a instalação  $i$ ;

$J_i(j)$  - conjunto de blocos ocupados pela instalação  $i$  alocada na posição  $j$ ;

$d(j_i, l_k)$  - distância entre centróides da posição  $j$  e  $l$  quando a instalação  $i$  é alocada na posição  $j$  e a instalação  $k$  é alocada na posição  $l$ ;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a facilidade } i \text{ é alocada na posição } j; \\ 0 & \text{para os outros casos;} \end{cases}$$

$$p_{ijt} = \begin{cases} 1 & \text{se o bloco } t \in J_i(j); \\ 0 & \text{para os outros casos.} \end{cases}$$

O problema quadrático de cobertura de conjuntos (PQC) é :

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{I(i)} a_{ij} x_{ij} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{I(i)} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^{I(k)} f_{ik} d(j_i, l_k) x_{ij} x_{kl} \quad (2.7a)$$

$$\text{s.a.} \sum_{j=1}^{I(i)} x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.7b)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{I(i)} p_{ijt} x_{ij} \leq 1 \quad t = 1, 2, \dots, q \quad (2.7c)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, I(i) \quad (2.7d)$$

Observe que as restrições (2.7b) garantem que toda instalação seja atribuída para exatamente um local e as restrições (2.7c) garantem que cada bloco seja ocupado por, no máximo, uma instalação.

As distâncias entre localizações são tomadas entre os centróides das mesmas. Bazaraa (1975) sugere uma alternativa de medir essas distâncias utilizando os fluxos entre as instalações:

$f'_{ik} = f_{ik} / S_i S_k$ , onde  $S_i$  é o número de blocos ocupados pela instalação  $i$ , e  $d'_{jl}$  é a distância entre os blocos  $j$  e  $l$ . Usando esta medida obtém-se a seguinte generalização:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^q a_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^q f_{ik} d'_{jl} x_{ij} x_{kl} / S_i S_k \quad (2.8a)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^q x_{ij} = S_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.8b)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (2.8c)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (2.8d)$$

Embora a formulação acima possa ser usada para representar o problema geral de arranjo físico de instalações, uma desvantagem é que aumenta o tamanho do problema quando a área total ocupada por todas as instalações é dividida em pequenos blocos (Bazaraa, 1975). O mesmo pode ser dito em relação à sugestão de Hillier e Connors (1966) para o problema geral de arranjo físico de instalações, onde as instalações devem ser particionadas em sub-instalações disjuntas de mesma área.

### 2.3.4 Modelos de programação linear inteira

Além dos modelos de PQA e PQC, existem outros que também utilizam a modelagem de programação inteira para o problema de arranjo físico de instalações. Lawler (1963) foi o primeiro a formular, definindo a variável:

$$y_{ijkl} = x_{ij} x_{kl} , \quad (2.9)$$

e substituindo no problema quadrático de atribuição (PQA) (2.2) e (2.1b) a (2.1d) transformando-o num problema de programação linear inteira (PPLI):

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n b_{ijkl} y_{ijkl} \quad (2.10a)$$

$$\text{s.a } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n y_{ijkl} = n^2 \quad (2.10b)$$

$$x_{ij} + x_{kl} - 2 y_{ijkl} \geq 0 \quad i,j,l,k = 1,2, \dots, n \quad (2.10c)$$

$$y_{ijkl} \in \{0,1\} \quad i,j,k,l = 1,2, \dots, n \quad (2.10d)$$

e as restrições de equações (2.1b) a (2.1d).

O PQA tem  $n^2$  variáveis  $x_{ij}$  e  $2n$  restrições enquanto o PPLI tem  $n^2$  variáveis  $x_{ij}$ ,  $n^4$  variáveis  $y_{ijkl}$  e  $n^4 + 2n + 1$  restrições. Nesta e nas comparações seguintes, as restrições de não negatividade foram excluídas. Um ponto negativo no modelo de Lawler segundo Kaku e Thompson (1986) é ter  $2n^4 + 2n$  restrições.

### 2.3.5 Problemas de programação mista

Outro modelo proposto para solução do PQA por programação inteira é o de Love e Wong (1976) que tem uma formulação mais simples onde:

- a) os locais são definidos como pontos num plano cartesiano;
- b) os custos de transporte são proporcionais às distâncias, considerando distâncias retangulares.

Se :

$$h_{ik}^r = \begin{cases} \text{distância horizontal entre facilidades } i \text{ e } k \text{ se a facilidade } i \text{ está à direita de } k, \\ 0 \text{ outros casos;} \end{cases}$$

$$h_{ik}^l = \begin{cases} \text{distância horizontal entre facilidades } i \text{ e } k \text{ se a facilidade } i \text{ está à esquerda de } k, \\ 0 \text{ outros casos;} \end{cases}$$

$$v_{ik}^a = \begin{cases} \text{distância vertical entre facilidades } i \text{ e } k \text{ se a facilidade } i \text{ está acima de } k, \\ 0 \text{ outros casos;} \end{cases}$$

$$v_{ik}^b = \begin{cases} \text{distância vertical entre facilidades } i \text{ e } k \text{ se a facilidade } i \text{ está abaixo de } k, \\ 0 \text{ outros casos;} \end{cases}$$

$(x_i, y_i)$  é a localização da instalação  $i$ ;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a instalação } i \text{ é adjacente à instalação } j; \\ 0 & \text{outros casos.} \end{cases}$$

$(X_j, Y_j)$  é a localização da posição  $j$ ;

a formulação do problema de programação inteira para o PQA é:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n f_{ik} (h_{ik}^r + h_{ik}^l + v_{ik}^a + v_{ik}^b) \quad (2.11a)$$

$$\text{s.a } h_{ik}^r - h_{ik}^l = x_i - x_k \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = i + 1; \quad (2.11b)$$

$$v_{ik}^a - v_{ik}^b = y_i - y_k \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = i + 1; \quad (2.11c)$$

$$x_i + y_i = \sum_{j=1}^n (X_j + Y_j) x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.11d)$$

$$x_i - y_i = \sum_{j=1}^n (X_j - Y_j) x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.11e)$$

$$h_{ik}^r, h_{ik}^l, v_{ik}^a, v_{ik}^b \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = i + 1; \quad (2.11f)$$

$$x_i, y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.11g)$$



e as restrições de equações (2.1b) a (2.1d).

Na formulação acima, a localização das instalações é definida por coordenadas cartesianas ou retangulares. As restrições (2.11d) e (2.11e) definem somente a localização das instalações. O problema tem  $n^2$  variáveis inteiras e  $n^2+3n$  restrições. Experiências computacionais indicam que esta formulação não é conveniente para problemas com nove ou mais instalações em função do aumento do número de variáveis e do número de restrições.

Kaufman e Broeckx (1978) formularam um problema de programação mista com um número reduzido de variáveis e restrições em relação aos formulados com programação inteira para o PQA. A equivalência entre os problemas foi provada por Kaufman e Broeckx (1978) e Burkard (1984). Para o novo modelo foi definido:

$$w_{ij} = x_{ij} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n b_{ijkl} x_{kl} \quad (2.12a)$$

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n b_{ijkl} \quad (2.12b)$$

A função objetivo é:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n b_{ijkl} x_{ij} x_{kl} = \\ & = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} \left( \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n b_{ijkl} x_{kl} \right) = \\ & = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \end{aligned} \quad (2.13a)$$

$$\text{s. a} \quad e_{ij} x_{ij} + \left( \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n b_{ijkl} x_{kl} \right) - w_{ij} \leq e_{ij} \quad (2.13b)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.13c)$$

e as restrições de equações (2.1b) a (2.1d).

A formulação envolve  $n^2$  variáveis binárias e  $n^2$  variáveis reais e  $n^2+2n$  restrições.

Outro modelo é o proposto por Bazaraa e Sherali (1980), definido da seguinte forma:

$$g_{ijkl} = [ a_{ij} + a_{kl} / (m - 1) ] + f_{ik} d_{jl} + f_{ki} d_{lj} \quad e \quad (2.14a)$$

$$y_{ijkl} = x_{ij} x_{kl} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n; \quad k = i+1, \dots, n; \quad l = 1, \dots, n \quad l \neq j. \quad (2.14b)$$

O problema linear inteiro misto equivalente ao PQA é:

$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^n \sum_{k=i+1}^n \sum_{l=1}^n g_{ijkl} y_{ijkl} \quad (2.15a)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{k=i+1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^n y_{ijkl} - (n - i) x_{ij} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n-1; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.15b)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^n y_{ijkl} - (k - 1) x_{kl} = 0 \quad k = 2, \dots, n, \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (2.15c)$$

$$y_{ijkl} \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad k = i+1, \dots, n, \quad j, l = 1, 2, \dots, n, \quad j \neq l \quad (2.15d)$$

$$y_{ijkl} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad k = i+1, \dots, n, \quad j, l = 1, \dots, n, \quad j \neq l \quad (2.15e)$$

e as restrições de equações (2.1b) a (2.1d). O problema tem  $n^2$  variáveis inteiras,  $n^2 (n-1)^2 / 2$  variáveis reais e  $2n^2$  restrições.

### 2.3.6 Modelos que utilizam a teoria dos grafos

A formulação que utiliza a teoria dos grafos necessita conhecer os locais para cada par de instalações adjacentes (Foulds e Robinson, 1976).

A seguinte notação é usada:

$G = (V, E)$  - é um grafo onde  $V$  é o conjunto de vértices não vazio,  $E$  é o conjunto de ligações disjuntas de  $V$ ;

$w_{ij}$  - indica a razão de proximidade desejável para alocar a instalação  $i$  adjacente à instalação  $j$ ;

V - o conjunto de instalações;

N - o conjunto de pares de instalações que devem ser adjacentes em alguma solução viável;

F - o conjunto de pares de instalações que não devem ser adjacentes em alguma solução viável;

$$E' = \{ (i, j) \mid x_{ij} = 1, (i, j) \in E \};$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a instalação } i \text{ é adjacente à instalação } j; \\ 0, & \text{outros casos.} \end{cases}$$

A formulação do problema utilizando a teoria dos grafos é:

$$\max \sum_{i \in E} \sum_{j \in E} w_{ij} x_{ij} \quad (2.16a)$$

$$\text{s. a } x_{ij} = 1, \quad (i, j) \in N \quad (2.16b)$$

$$x_{ij} = 0, \quad (i, j) \in F \quad (2.16c)$$

$$(V, E' \cup N) \text{ é um grafo planar.} \quad (2.16d)$$

Segundo Evans et al.(1987) os problemas de projeto de arranjo físico podem ser separados em duas categorias básicas. A primeira usa modelos quadráticos de atribuição como formulação básica e a segunda categoria é caracterizada pelo uso do gráfico de relacionamento no projeto do processo.

### **2.3.7. Modelo de arranjo físico de instalações proposto por Tam e Li**

#### **2.3.7.1 Definição do problema**

Os procedimentos usados para resolver os problemas de arranjo físico, segundo Tam (1992b), têm sido criticados pelo fato da busca ser conduzida a partir de um único

ponto no espaço de soluções e pela dificuldade que apresenta a definição das restrições geométricas. Em outras palavras, a dificuldade de resolver o problema de arranjo físico se origina do fato de que a localização de cada instalação depende da localização de outras. A complexidade aumenta ainda mais, quando se impõem restrições de forma e de tamanho.

Segundo (Tam e Li, 1991) as instalações são usualmente modeladas como um bloco com certa forma. As três formas mais comuns são: retangular, quadrada e circular.

Dentre as formas acima, a mais comum é a retangular, da qual a quadrada é um caso particular. A forma circular, apesar de poder ser representada facilmente através das coordenadas do centro e do raio, e ser citada por alguns autores como sendo de mais fácil manuseio computacional, não representa a realidade.

### 2.3.7.2 Características geométricas

Existem algumas importantes características geométricas associadas com as instalações. A maioria das características apresentadas abaixo são relativas aos blocos retangulares (Tam e Li, 1991).

a) Tamanho: é a área de uma instalação.

b) Razão de forma (*aspect ratio*): a razão de forma é dada pela relação:

$$a_i = \text{altura da instalação } i / \text{largura da instalação } i \quad (2.17)$$

a) Orientação: em geral, somente orientações horizontal e vertical são aceitas para os blocos retangulares. Se a instalação pode ser colocada horizontalmente ou verticalmente, ela tem orientação livre, caso contrário, é denominada orientação fixa.

b) Razão de sobreposição (*deadspace ratio*): é uma medida que reflete o grau de distorção da forma. A existência de áreas ocupadas no interior de uma instalação

modificará a forma da área sobreposta. A medida da razão de sobreposição de áreas tem este propósito, e é definida como:

$$o_i = \text{área de sobreposição na instalação } i / \text{área da instalação } i \quad (2.18)$$

Observação: A variação da instalação, segundo a orientação, é dita fixa quando puder ser colocada de uma única forma, caso contrário é dita móvel.

### 2.3.7.3 Restrições do modelo

De acordo com as características geométricas de cada bloco, as restrições consideradas no problema são:

- a) restrições de tamanho;
- b) restrições de orientação;
- c) restrições de forma;
- d) restrições de sobreposição.

Para restringir a forma de uma instalação sua razão de forma deve estar contida no intervalo  $[a_{\min}^i, a_{\max}^i]$ , onde estes valores representam os limites inferior e superior da razão de forma da instalação  $i$ . Para as instalações que têm orientação livre (Tam, 1992 b), considera-se como razão de forma os valores  $a_i$  e  $1 / a_i$ . Assim, Tam propõe considerar como intervalo:

$$[ \min \{ a_{\min}^i, 1 / a_{\max}^i \}, \max \{ a_{\max}^i, 1 / a_{\min}^i \} ] \quad (2.19)$$

Quando a planta é livre de áreas ocupadas, as razões de sobreposição de todas as instalações são iguais a zero. Uma das utilidades desta medida, é que se pode moldar o perímetro de uma planta aproximando o mesmo a uma forma desejada (Tam, 1992 b).

Baseando-se nesta formulação, dada uma árvore de corte (*slicing tree*)<sup>1</sup>, pode-se calcular: os limites, as razões de forma e as razões de sobreposição para todas as instalações. De fato, todos podem ser calculados uma vez que os pontos de corte da árvore sejam conhecidos (Tam, 1992 b).

#### 2.3.7.4 Modelagem do problema

O objetivo é alocar espaços para as instalações, de tal forma que a maioria das instalações com grande fluxo de tráfego fiquem próximas e satisfaçam às restrições de área e de forma de cada uma. O problema de localização de espaços é definido como: encontrar uma árvore de corte  $s \in S$ , tal que:

---

<sup>1</sup> Uma árvore de corte é uma árvore binária que mostra o processo de particionamento recursivo que gera a estrutura de corte (*slicing structure*). Cada nó da árvore contém uma letra que representa o tipo de particionamento (corte) que será realizado. Como mostra a figura, os cortes que serão realizados seguem os níveis da árvore. Cada folha (último nó da árvore) contém um número inteiro que identifica a facilidade.

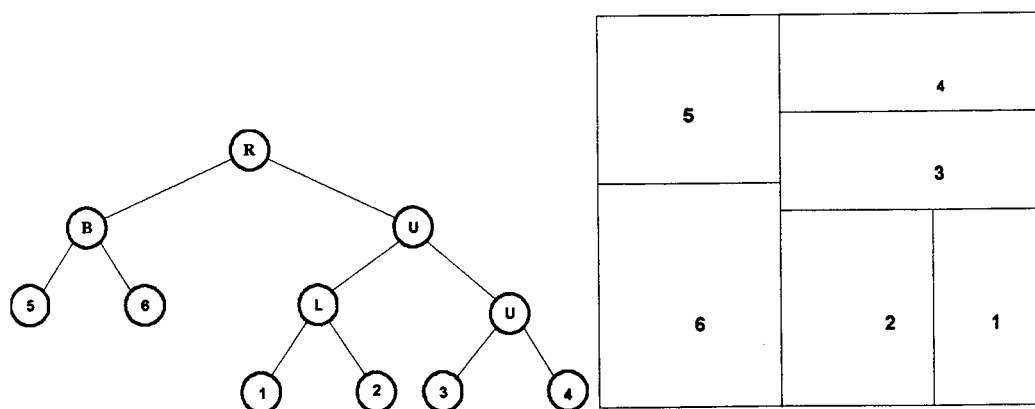


Figura: Uma sequência de árvore de corte e estrutura de corte correspondente.

$$\min_{s \in S} F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} d_{ij} \quad (2.20a)$$

$$s. a \quad a_{\min}^i \leq a_i \leq a_{\max}^i \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (2.20b)$$

$$0 \leq o_i \leq o_{\max}^i \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (2.20c)$$

onde:

$v_{ij}$  - é o volume de tráfego entre instalações  $i$  e  $j$ ;

$d_{ij}$  - é a distância retilínea entre os centróides da instalação  $i$  e  $j$ ;

$a_i$  - é a razão de forma da instalação  $i$ ;

$o_i$  - é a razão de sobreposição da instalação  $i$ ;

O problema pode ser formulado como um problema de otimização não restrito.

Para tal é necessário transformar as restrições em funções de penalidades.

$$\min_{s \in S} F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} d_{ij} + \sum_{k=1}^n (w_k^\alpha \alpha_k + w_k^\beta \beta_k) \quad (2.21)$$

onde:

$$\alpha_k = \max \{ 0, \max \{ a_k - a_{\max}^k, a_{\min}^k - a_k \} \} \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (2.22)$$

$$\beta_k = \max \{ 0, o^k - o_{\max}^k \} \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (2.23)$$

$$w_k^\alpha, w_k^\beta \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (2.24)$$

O primeiro termo de  $F$  mede o momento de transporte. Ele é definido pelo produto da distância entre as instalações e seu volume de tráfego. O segundo termo representa a função penalidade para as restrições geométricas. O primeiro termo da função penalidade mede a extensão o quanto a restrição de razão de forma é violada. Como cada instalação tem um único nível de tolerância para violar esta restrição,  $\alpha_k$  é multiplicado por um fator positivo. Quando as instalações têm orientação variável, a penalidade  $\alpha_k$  da razão de forma pode ser calculada por:

$$\alpha_k = \max \{0, \max \{ (a_k - \max \{ a_{\max}^k, 1/a_{\min}^k \}), (\min \{ a_{\min}^k, 1/a_{\max}^k \} - a_k) \} \} \quad (2.25)$$

Da mesma forma, o segundo termo  $\beta_k$  penaliza a existência de áreas ocupadas sobre as instalações. Pesos para cada instalação são definidos para assegurar os níveis de tolerância das figuras irregulares ( Tam, 1992 b).

### 2.3.8 Outros modelos

Outros modelos utilizando programação linear inteira foram apresentados por Balas e Mazzola (1980), Burkard e Bonninbger (1983) e Frieze e Yadegar (1983).

Heragu e Kusiak (1991) apresentaram dois modelos lineares para o problema de arranjo físico de instalações: um contínuo (utilizando valor absoluto na função objetivo e restrições) e outro misto. O modelo misto tem menor número de variáveis inteiras do que outras formulações existentes para o problema de arranjo físico de instalações. Difere da maioria dos modelos apresentados na literatura por não ser uma linearização do PQA. O modelo contínuo tem uma forma mais compacta. Uma das vantagens nas formulações apresentadas é que os locais de localização não precisam ser conhecidos a priori. As formulações modelam problemas de arranjo físico com instalações de áreas diferentes. Os modelos testados com algoritmos de otimização irrestrito obtém soluções subótimas de boa qualidade em um tempo computacional relativamente pequeno. O modelo contínuo aparenta ser mais útil para resolver o problema de arranjo físico de instalações que outros modelos apresentados na literatura.

Ritzman et al (1979) formularam um modelo de programação multiobjetivos misto, desenvolveram o programa computacional e resolveram um problema de localização de escritórios num edifício. Para poder avaliar a performance quanto aos resultados, testaram num problema multiobjetivo com seis objetivos conflitantes.



Cambron e Evans (1991) apresentam e ilustram uma abordagem para o complexo problema de projeto de arranjo físico envolvendo múltiplos objetivos conflitantes, levando em consideração entradas que podem ser de ambas as naturezas: qualitativas e quantitativas. A abordagem envolve o uso de diversos algoritmos de projeto de arranjo físico, bem como métodos manuais para gerar arranjo físico candidatos. Esses arranjos físicos candidatos são usados como entrada no Processo Hierárquico Analítico de Saaty na ordem que o problema múltiplos objetivos permite considerar. A aplicação é feita num problema envolvendo arranjo físico comercial relativo à impressão e encadernação.

## **2.4 MÉTODOS DE SOLUÇÃO**

### **2.4.1 Classificação dos métodos de solução**

Segundo Kusiak e Heragu (1987), desde 1950, foram desenvolvidos diversos estudos para resolver o problema de instalações. Nestes estudos foram apresentados algoritmos que podem ser classificados em dois grupos: algoritmos que apresentam solução ótima e algoritmos que apresentam solução sub-ótima.

Desde o início de 1960, inúmeras pesquisas foram realizadas para desenvolver algoritmos ótimos na solução do problema quadrático de alocação. Esses algoritmos dividem-se em duas classes (Kusiak e Heragu, 1987):

- a) algoritmos de branch and bound;
- b) algoritmos de planos de corte.

Os algoritmos ótimos apresentam a desvantagem de precisarem muito tempo de processamento e muito espaço de armazenamento em memória. O maior problema, para o qual foi determinado o ótimo, tinha 15 instalações.

Por esta desvantagem, as pesquisas foram direcionadas a concentrar-se nos algoritmos sub-ótimos para resolver o problema de arranjo físico.

Os primeiros métodos sub-ótimos não apresentavam soluções de boa qualidade. Através de pesquisas, novos algoritmos foram desenvolvidos, podendo ser classificados em (Kusiak e Heragu, 1987):

- a) algoritmos construtivos;
- b) algoritmos de melhoramento;
- c) algoritmos híbridos;
- d) algoritmos baseados na teoria dos grafos.

Alguns desses métodos sub-ótimos usam gráficos de fluxos (flow charts), procedimentos gráficos aliados à experiência e ao conhecimento do analista de instalações para definir o arranjo físico. Outro método usado para determinar o arranjo físico é o gráfico de relações (Relationships chart). Este método mostra graficamente a proximidade desejada entre os pares de instalações; este conceito foi introduzido por Muther (1955). A proximidade desejada entre os pares de instalações é representada no gráfico de ligações pelas letras A, E, I, O, U e X. Tais letras indicam se a proximidade entre o par de instalações i e j são: absolutamente necessária, especialmente importante, importante, comum, não importante e indesejável respectivamente. O gráfico de ligações é a base de um método popular denominado de planejamento de arranjo físico sistemático (Muther, 1973). Wimmert (1958) apresenta um modelo matemático para o problema de arranjo físico de instalações que minimiza os fluxos dos produtos e as distâncias entre todas as combinações de instalações. O teorema que serviu de base para o método de Wimmert estava incorreto conforme contra exemplo apresentado por Conway e Maxwell (1961). Buffa (1955) apresentou um método denominado de análise

de sequência, baseado na análise da sequência de operações das partes de uma planta. Além desses, existem outros métodos desenvolvidos entre as décadas de 50 e 60 que não encontram soluções de boa qualidade. Tais métodos foram apresentados por Foulds (1983) e são denominados métodos esquemáticos e sistemáticos.

Nas seções seguintes, os algoritmos estudados serão apresentados com mais detalhes.

## **2.4.2 Algoritmos para solução do problema de arranjo físico**

### **2.4.2.1 Algoritmos de branch and bound e planos de cortes**

Encontram-se na literatura diversos trabalhos que apresentam a técnica de branch and bound para solução do problema de arranjo físico.

Os dois primeiros algoritmos do tipo branch and bound para solução do problema de arranjo físico de instalações, foram desenvolvidos por Gilmore (1962) e Lawler (1963). A diferença entre seus trabalhos está em computar os limites. Ambos os algoritmos avaliam implicitamente todas as soluções potenciais. Pierce e Crowston (1971) classificam este tipo de enumeração como técnica de enumeração controlada. Caso não fosse considerado um limite para podar a árvore de decisão, como citado nos métodos acima, o procedimento passaria a ser uma técnica de enumeração completa que é ineficiente computacionalmente.

Além destes, dois outros algoritmos foram desenvolvidos por Land (1962) e por Gavett e Plyter (1966). Estes algoritmos alocam pares de instalações enquanto os dois primeiros algoritmos alocam uma instalação por vez.

O algoritmo ótimo tem como característica básica, atribuir passo a passo, uma instalação por vez. Em cada passo ocorrem retornos, onde algumas atribuições são

excluídas e o processo de busca continua. Pierce e Crowston (1971) apresentaram um algoritmo que se comporta na base de passo a passo excluindo pares de atribuição da solução do problema. Os algoritmos exatos apresentados utilizam muito espaço de memória e tempo computacional (Burkard, 1984). Lawler e Roucairol (1985) sugerem o uso do algoritmo de branch and bound paralelo para encontrar o ótimo do PQA. Tais algoritmos fazem uma busca paralela (simultânea) sobre vários ramos na árvore de decisão. Entretanto, resultados computacionais apresentados pelos autores indicam que o algoritmo requer muito tempo computacional para resolver problemas com doze ou mais instalações.

Graves e Whinston (1970) desenvolveram um algoritmo heurístico que se baseia em determinar limites usando propriedades estatísticas da função objetivo. Esses limites são utilizados num procedimento enumerativo que encontra soluções sub-ótimas.

Burkard (1973) propôs um algoritmo ótimo para resolver o problema PQA baseado na redução de uma matriz quadrada. A redução é feita de uma matriz quadrada  $A$  para uma outra matriz quadrada  $A'$  de elementos não negativos, com pelo menos um zero em cada linha e cada coluna, com o objetivo de reduzir a importância dos termos quadráticos na função objetivo e aumentar a dos termos lineares. Little et al. (1963) utilizaram o processo de redução no problema do Caixeiro Viajante.

Bazaraa (1975) desenvolveu um algoritmo utilizando a técnica de branch and bound para o problema geral de arranjo físico de instalação, obtendo a cada passo um arranjo físico parcial  $P$ , no qual determina um limite inferior  $LB$  dos custos das possíveis combinações do arranjo físico parcial  $P$ . Enquanto  $LB$  for menor que o custo do melhor arranjo físico avaliado  $C^0$ , o algoritmo continua alocando uma nova instalação e conseqüentemente aumentando o tamanho  $|P|$  do arranjo físico parcial. Quando a busca

nesta direção termina e a última instalação não pode ser alocada, uma nova alocação é procurada.

Bazaraa e Elshafei (1979) propuseram um algoritmo que utiliza a técnica de branch and bound para a solução do PQA com base na alocação passo a passo de uma instalação em locais ainda não ocupados.

Burkard (1984) apresenta uma revisão sobre o problema quadrático de atribuição.

Kaku e Thompson (1986) apresentaram outro algoritmo utilizando a técnica de branch and bound, com melhor desempenho que o algoritmo de Lawler (1963), especialmente quando os problemas são grandes.

Heragu e Kusiak (1991) apresentaram dois modelos para a solução do problema de arranjo físico de instalação: o primeiro linear contínuo com valor absoluto na função objetivo e nas restrições, outro linear misto.

Palekar et al. (1992) apresentaram um método exato e sugere heurísticas para resolver o problema de arranjo físico estocástico dinâmico.

Kelly et al. (1994) apresentaram uma abordagem determinística através da busca tabu, que tem se mostrado mais poderosa que a simples mudança aleatória.

Kouvelis et al. (1995) apresentaram uma aplicação de um método ótimo na solução do problema de arranjo físico de máquina em linha.

Os algoritmos que utilizam o método de plano de corte para resolver o problema quadrático de alocação foram desenvolvidos por Bazaraa e Sherali (1980) e Burkard e Bonninger (1983).

Os algoritmos ótimos que utilizam as técnicas de branch and bound e de planos de corte, gastam muito espaço de memória e tempo computacional na solução dos problemas quadráticos de alocação. Para exemplificar, o maior problema resolvido para

o qual foi obtida a solução ótima, por um algoritmo de planos de corte, tinha oito instalações. Outra experiência com estes algoritmos demonstra que a solução ótima encontrada no processo de busca nos vértices da árvore só foi obtida após um número expressivo de soluções terem sido testadas (Burkard e Stratman, 1978 e Bazaraa e Kirca, 1983), o que estimulou encerrar o processo de buscas no branch and bound antecipadamente, sem verificar a otimalidade, surgindo a aplicação de algoritmos heurísticos de branch and bound.

Burkard (1984) apresentou dois critérios para o processo de término do algoritmo branch and bound:

a) o primeiro critério é baseado na limitação do tempo, no qual o algoritmo pára após exceder um limite de tempo pré-definido;

b) o segundo critério é baseado na qualidade do limite superior, isto é, após um tempo de processamento não obtendo um acréscimo na solução, o limite superior é reduzido de uma certa percentagem.

#### **2.4.2.2 Algoritmos construtivos**

Nos algoritmos construtivos a solução é construída passo a passo. Em outras palavras, as instalações são alocadas uma por vez, até o arranjo físico estar completo.

Um estudo apresentado por Moore (1974) indica a existência de duas vezes mais algoritmos construtivos que algoritmos de melhoramento. Alguns dos mais conhecidos algoritmos de construção são: HC66 (Hiller e Connors, 1966), ALDEP (Seehof e Evans, 1967), CORELAP (Lee e Moore, 1967), RMA Comp I (Murther e McPherson, 1970), MAT (Edwards et al., 1970), PLANET (Deisenroth e Apple, 1972), LSP (Zoller e Adendorff, 1972), Algoritmo de alocação linear (Neghabat, 1974), FATE

(Block, 1978), INLAYT(O'Brien e Abdel Barr, 1980), FLAT( Heragu e Kusiak, 1986) e COMLADII (Ziai e Sule, 1991).

Ketcham et al. (1989) apresentaram um estudo comparando uma versão modificada do ALDEP, o PLANET e o FLAG.

#### **2.4.2.3 Algoritmos de melhoramento**

A característica básica do algoritmo de melhoramento é gerar aleatoriamente uma solução inicial e com base nesta solução, realizar trocas sistemáticas entre instalações e avaliar os resultados. As trocas que produzem uma solução melhor são guardadas e o procedimento continua até que não se obtenha uma solução melhor. Logo o algoritmo de melhoramento depende muito da qualidade da solução inicial. A seguir são citados alguns algoritmos de melhoramento:

a) CRAFT (Armour e Buffa, 1963; (Buffa et al., 1964);

b) variações do CRAFT: COFAD (Tompkins e Reed, 1976), baseado na técnica (Nugent et al., 1968), COL (Vollman et al., 1968), CRAFT-M (Hicks e Cowan, 1976), SPACECRAFT (Johnson, 1982), CRAFT - 3D (Cinar, 1975), SPACECRAFT (Jacobs, 1984), MOCRAFT (Svestka, 1990) e FACLO (Allenbach e Werner, 1990);

c) outros algoritmos: H63 (Hillier, 1963), H63 - 66 (Hillier e Connors, 1966), COL (Vollman et al., 1968), Algoritmos SAMPLING 1o. (Nugent et al., 1968) e 2o. (Hitchings e Cottam, 1976), PRAT (Khalil, 1973), COFAD (Tompkins e Reed, 1976) e COFAD - F (modificado por Shore e Thompkins, 1980), Algoritmo revisado de Hillier (Picone e Wilhelm, 1984).

Co et al. (1989) desenvolveram um modelo para solução de problemas com sistema de manufatura flexível, que é uma extensão do CRAFT incorporando um modelo, computacionalmente eficiente de filas em rede.

Galbraith e Miller (1990) apresentam o método MASL (*a Multifactor Approach for Selecting from among computer generated Layouts*) que faz uma análise em termos de medidas quantitativas tais como: ineficiência de fluxo, distância entre áreas funcionais e aumento de capacidade. Os softwares utilizados para gerar os arranjos físicos de teste foram CRAFT, ALDEP E CORELAP.

Cambron e Evans (1991) apresentaram a aplicação do método analítico hierárquico de Saaty num problema para encontrar um arranjo para impressão comercial e encadernação.

Lacksonen (1997) apresenta um modelo e um algoritmo de melhoramento para a solução do problema de arranjo físico de instalações dinâmico com áreas diferentes.

#### **2.4.2.4 Algoritmos híbridos**

Bazaraa e Kirca (1983) classificam os algoritmos de híbridos quando possuem características dos algoritmos ótimos e sub-ótimos ao mesmo tempo. Exemplos de tais algoritmos são apresentados por Burkard e Stratman (1978), Bazaraa e Sherali (1980), Bazaraa e Kirka (1983), Elshafei (1977) e Scriabin e Vergin (1985). Incluem-se nesta lista os dois últimos, por usarem os princípios dos algoritmos de construção e de melhoramento.

Burkard e Stratman (1978) propuseram um algoritmo heurístico que usa o método de branch and bound e o algoritmo de melhoramento. Obtém uma solução inicial usando o algoritmo de branch and bound e um limite de tempo. Esta solução inicial, passa então, através de um algoritmo de melhoramento denominado VERBES. Este algoritmo executa trocas em forma de pares (2-opt) e até de triplas (3-opt), alternadamente, e pára quando a solução não pode ser melhorada.



Burkard e Stratman (1978) propuseram um algoritmo similar ao anterior utilizando para encontrar a solução inicial o algoritmo de Gaschutz e Ahrens (1968).

Bazaraa e Kirca (1983) apresentaram dois algoritmos, um algoritmo ótimo e o segundo um algoritmo heurístico obtido através de modificações no primeiro. O algoritmo heurístico é baseado no método de branch and bound que reduz o tempo de processamento não explorando vértices que são uma imagem invertida de um vértice explorado anteriormente. Em outras palavras, se o vértice A é uma imagem invertida do vértice B o limite inferior já foi calculado anteriormente, então em buscas futuras não precisa fazer trocas no vértice A. Os métodos heurísticos, utilizando os algoritmos de melhoramento de 2-way e 4-way e uma regra para selecionar vértices a serem pesquisados, produzem resultados de boa qualidade.

A seguir são citados alguns algoritmos híbridos:

- a) FLAC (Scriabin e Vergin, 1985);
- b) DISCON (Drezner, 1980);
- c) Houshyar e White (1997).

#### **2.4.2.5 Algoritmos que utilizam a teoria dos grafos**

Os algoritmos que utilizam a teoria dos grafos buscam um sub-grafo maximal planar a partir de um grafo completo que mostra a relação entre as instalações. O dual deste sub-grafo maximal planar determina o arranjo físico de instalações. Existem algoritmos que podem ser classificados como algoritmos que utilizam a teoria dos grafos e como algoritmos construtivos e são apresentados neste item.

Seppanen e Moore (1970) propuseram um procedimento utilizando a teoria dos grafos acima mencionada. Os mesmos autores em 1975, propuseram um algoritmo heurístico utilizando a mesma estratégia. O algoritmo determina a árvore máxima com

base no grafo maximal. Com a ajuda de um processo de adição de eixos, a árvore máxima é então usada para obter o sub-grafo maximal planar, e do dual do sub-grafo maximal planar determina-se um arranjo físico para as instalações.

Outros algoritmos que utilizam a teoria dos grafos foram apresentados por:

- a) algoritmo de branch and bound (Foulds e Robinson, 1976);
- b) algoritmo Deltahedron (Foulds e Robinson, 1978);
- c) algoritmo Wheel expansion (Eades et al., 1982);
- d) Kim et al. (1996) apresentaram um modelo para resolver o problema de localização de máquinas em linhas simples e múltiplas para períodos curtos e longos, utilizando a teoria de *simulated annealing* e teoria dos grafos;
- e) Métodos heurísticos que transformam o sub-grafo máximo planar em um arranjo físico de instalações com áreas diferentes foram apresentados por Irvine e Rinsma-Melchert e por Watson e Giffin (1997);
- f) Wascher e Merker (1997) apresentam um estudo comparativo entre os métodos heurísticos.

#### **2.4.2.6 Outros métodos encontrados na literatura**

Com o avanço da tecnologia na informática, novas técnicas foram propostas na área de Inteligência Artificial, tais como:

- a) Sistemas Especialistas que consistem em prover o computador de mecanismos e meios, de forma que ele aja como se fosse um especialista em alguma área de interesse de uma determinada ciência (Cunha e Ribeiro, 1987).
- b) Redes Neurais que estudam algoritmos que simulam o comportamento dos neurônios.

A partir destas novas ferramentas, observam-se na literatura outros métodos que estão sendo utilizados na solução do problema de arranjo físico.

Abdou e Dutta (1990) apresentaram um sistema especialista em EXSYS que utiliza uma base de dados para obter arranjo físico de máquina sobre combinações específicas de manufatura e sistemas de mão de obra. A base de dados incorpora seis fatores, relacionando a variedade e quantidade de produtos, grau de flexibilidade, nível de automação, sistema de mão de obra, peças em acabamento, considerações gerais.

Sirinaovakul e Thajchauapong (1994) apresentaram um modelo construtivo, baseado em técnicas da Inteligência Artificial. O sistema consiste de alocação de padrões, um método de busca heurística e um sistema de base de dados.

Badiru e Arif (1996) apresentaram um sistema FLEXPERT que considera na solução a natureza multicritério do problema de arranjo físico e as variações dos dados de entrada pela integração de um sistema especialista e um algoritmo baseado na teoria da lógica difusa.

Welgama e Gibson (1996) apresentaram um modelo para solução de arranjo físico e sistemas de mão de obra dinâmico integrando abordagens metodológicas de base de dados e otimização.

Evans et al. (1987) apresentaram uma heurística utilizando a teoria de conjuntos difusos na solução do problema de arranjo físico de departamentos. Esta heurística utiliza descrição aproximada para duas categorias distintas do desenho: proximidade e importância expressas na forma de relações difusas para cada par de departamentos.

Rosenblatt e Lee (1987) apresentaram métodos de robustez usados na solução de problemas de arranjo físico com demandas estocásticas para períodos simples.

Golany e Rosenblatt (1989) apresentaram um algoritmo heurístico para resolver o problema quadrático de atribuição. O algoritmo tem três fases distintas: construtiva, atribuição e melhoramento.

Malakooti (1989) apresentou um algoritmo heurístico, na solução do problema de arranjo físico de instalações multiobjetivos, que gera eficientes arranjo físico a partir de trocas de pares de departamentos.

Heragu e Kusiak (1990) apresentaram dois modelos para resolver o problema de arranjo físico de máquinas em sistemas manufatureiros automatizados. Destes modelos derivam um sistema baseado em conhecimento para a solução do problema de arranjo físico de máquinas. Neste sistema são combinados os conceitos de otimização e sistemas especialistas considerando fatores tanto quantitativos quanto qualitativos.

Savsar (1991) apresentou um método sistemático e um algoritmo de simulação para resolver o problema de arranjo físico flexível de instalações. Critérios tais como minimizar o custo total de mão de obra, maximizar a razão total de proximidade entre departamentos, minimizar os custos futuros com mudanças e minimizar o custo total de mão de obra esperado em possíveis mudanças futuras são incorporados no modelo.

Kaku et al. (1991) apresentaram um procedimento heurístico combinando um método construtivo com um procedimento de trocas usado repetidamente.

Tam (1992a) apresentou um algoritmo utilizando a técnica de *simulated annealing* e compara com dois métodos de busca local.

Hassan (1994) apresentou um estudo do problema de arranjo físico de máquinas em modernas instalações manufatureiras e sugere áreas potenciais de pesquisa.

Malmborg (1994) apresentou um método analítico para o problema de arranjo físico com previsão de estoques de peças em processamento, resultante de um número

fixo de loop, alimentado por veículos automatizados. O modelo apresentado utiliza dois algoritmos, um de busca de melhoramento local e outro de *simulated annealing*.

Rao e Sakshi (1994) apresentaram uma heurística para solução do problema de arranjo físico de instalação, formulado como um problema quadrático de atribuição com simples e múltiplos objetivos, baseada na teoria do conjunto difuso.

## 2.5 COMENTÁRIOS FINAIS

Dentre os estudos realizados na solução do problema de arranjo físico de instalações, observou-se que poucos são os trabalhos que tratam do problema de conexão entre instalações através de corredores.

Moon e McRoberts (1989) apresentaram um sistema experimental FULKES (Facility Layout Using Knowledge-based Expert System).

Montreuil e Ratliff (1989), por exemplo, apresentaram um método que determina uma árvore de relacionamento entre as instalações minimizando suas distâncias através da *Cut Trees* e constrói o arranjo físico sobre um esquema de corredores construído de forma livre a partir da *Cut Trees*.

Langevin et al. (1994) apresentaram um método que define um corredor principal usado para movimentar entre as células de trabalho, localizadas em ambos os lados e para armazenar temporariamente peças que estão sendo processadas. O método se compõe de dois passos, no primeiro gera a ordem das células e o segundo determina para cada célula a localização, considerando suas dimensões bem como a localização de entradas e saídas.

Tretheway e Foote (1994) apresentaram um método construtivo, que gera uma estrutura de corredores e a localização das instalações a partir da matriz de fluxos, utilizando o *scatter diagram* proposto por Drezner (1987).

Como se observa dentre os modelos apresentados na literatura, para a solução do problema de arranjo físico, poucos se preocuparam com o problema de forma das instalações. Nos estudos que procuraram atender este quesito cita-se: Tam e Li (1991), Tam (1992a), Tam (1992b) e Furtado e Lorena (1997). Como o problema deve atender dois objetivos conflitantes, fluxo e forma, ficou mais favorecido o atendimento quanto à minimização dos fluxos, enquanto que o problema de forma que viabiliza o projeto da fábrica não fica resolvido. Outro item observado é em relação a conexão entre instalações não adjacentes que podem ser feitas através de corredores, poucos discutem esta realidade e os trabalhos apresentados são mais construtivos sem muita preocupação com a questão da forma. Com o objetivo de atender estes problemas é que se propõe este trabalho.

## CAPÍTULO III

### 3. MODELO PROPOSTO

#### 3.1 INTRODUÇÃO

O objetivo do trabalho é resolver o problema de arranjo físico de instalações. Neste problema considera-se disponíveis as informações de um conjunto de instalações, em relação as dimensões e forma. No quadro 3.1 são apresentadas para cada instalação a área e as razões de forma mínima e máxima a serem consideradas. Tais instalações deverão ser dispostas em uma área previamente definida.

Quadro 3.1: Áreas e restrições geométricas por instalação

Instalações	Áreas (m2)	Razão de forma	
		Limite inf.	Limite Sup.
1	100	0,70	1,00
2	80	1,00	1,00
3	50	0,70	1,30
4	60	0,50	0,80
5	120	0,90	1,00
6	40	0,60	1,00

Além dessas informações são fornecidos também os dados referentes aos fluxos de produção que deverão ser considerados entre cada par de instalações, conforme mostra o quadro 3.2.

Quadro 3.2: Matriz simétrica de fluxos de produção para seis instalações

Instalações	Destino					
Origem	1	2	3	4	5	6
1	0					
2	5	0				
3	2	3	0			
4	4	0	0	0		
5	1	2	0	5	0	
6	0	2	0	2	10	0

O problema conforme apresentado tem dois objetivos a atender:

- minimizar as distâncias entre as instalações de modo a reduzir o momento de transporte;
- maximizar o atendimento da razão de forma dentro dos intervalos fornecidos no problema.

Para atender tais objetivos, se procura alocar espaços para as instalações, de modo que as instalações com grande fluxo entre si sejam colocadas próximas, desde que satisfaçam às restrições de área e de forma.

Para o cálculo do momento de transporte, devem ser utilizadas as distâncias percorridas entre as instalações. Observe-se que o fluxo entre instalações só poderá ocorrer de modo direto, entre instalações adjacentes. Para o caso das instalações não serem adjacentes, o transporte deverá ocorrer através de corredores.

### 3.2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

O problema de alocação de instalações é formulado como:

$$\min \quad F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} d_{ij} \quad (3.1a)$$

$$\text{s. a} \quad a_i \in [a_{\min}^i, a_{\max}^i] \quad (3.1b)$$

onde:

$v_{ij}$  - fluxo entre as instalações  $i$  e  $j$ ;



$d_{ij}$  - distância mínima entre os centróides das partições das instalações  $i$  e  $j$ ;

$a_i$  - razão de forma da partição alocada para a instalação  $i$ ;

$a_{\max}^i$  - limite superior de  $a_i$ ;

$a_{\min}^i$  - limite inferior de  $a_i$ .

Em (3.1a),  $F$  mede o momento de transporte, definido pela somatória dos produtos da distância mínima  $d_{ij}$  pelo fluxo  $v_{ij}$  entre duas instalações. Na equação (3.1b), cada instalação é restrita por uma razão de forma definida por:

$$a_i = (\text{altura da partição da instalação } i) / (\text{largura da partição da instalação } i). \quad (3.2)$$

O problema fornece tal parâmetro através do intervalo  $[a_{\min}^i, a_{\max}^i]$  onde estes valores representam os limites superior e inferior da razão de forma, aceitas para a instalação  $i$  (ver os dados do quadro 3.1). Podem-se restringir as instalações classificando-as em duas categorias: com orientação livre ou fixa. A orientação livre significa que a instalação pode ser alocada de ambas as formas: horizontal e vertical. Para estas instalações, suas razões de formas podem assumir valores tais como  $a_i$  ou  $1/a_i$ . Assim, o intervalo viável da razão de forma para orientação livre torna-se<sup>2</sup>:

$$a_i \in [a_{\min}^i, a_{\max}^i] \cup [1/a_{\max}^i, 1/a_{\min}^i]. \quad (3.3)$$

---

<sup>2</sup> Tam (1992b) utiliza a expressão  $[\min \{a_{\min}^i, 1/a_{\max}^i\}, \max \{a_{\max}^i, 1/a_{\min}^i\}]$  para definir o intervalo viável da razão de forma, quando a orientação é livre, que não corresponde a sua definição de orientação livre de facilidades. Para exemplificar, num problema onde a razão de forma varia de  $[0,5 ; 0,8]$  segundo a expressão acima teríamos o intervalo de variação de  $[0,5 ; 2]$ . Usando a idéia geométrica da definição, a razão de forma deveria variar no intervalo  $[0,5 ; 0,8] \cup [1,25 ; 2]$  que corresponde a expressão 3.3.

O intervalo da razão de forma representa a restrição imposta pelo tipo de trabalho realizado em cada instalação. Segundo Heragu e Kusiak (1988) num ambiente de manufatura, cada instalação pode representar uma célula de manufatura ou uma forma de como as máquinas são arranjadas nas células.

### **3.3 MÉTODO DE RESOLUÇÃO PROPOSTO**

#### **3.3.1 Considerações gerais**

Na solução do problema de arranjo físico de instalações, quando consideram-se áreas diferentes, o número de possibilidades de alocações das áreas cresce muito rapidamente com o número de instalações consideradas. Pode-se, ainda, dizer que existem vários arranjos físicos ótimos locais que são pobres comparados ao arranjo físico ótimo global. Para resolver tais problemas, espera-se que um método de busca em paralelo, apresente um desempenho melhor que as buscas estritamente em séries, e que os métodos de busca aleatórios sejam melhores que os algoritmos *greedy* (gulosos) e algoritmos de busca enumerativa. O algoritmo genético apresenta ambos atributos: busca paralela e heurística estocástica (Tate e Smith, 1995a).

Para o problema de arranjo físico de instalações com modelagem matemática definida em (2.3.7), foram encontrados na literatura, alguns resultados obtidos pelos métodos: algoritmo genético (Tam, 1992b), *simulated annealing* (Tam, 1992a) e busca tabu (Furtado e Lorena, 1997). Tais resultados são apresentados nos quadros abaixo.

Quadro 3.3 Momentos de transporte obtidos utilizando o algoritmo genético para problemas com 12, 15, 20 e 30 instalações por Tam (1992b)

No.	Instalações			
	12	15	20	30
min	6390,34	10099,08	26098,39	47483,72
max	6933,75	10582,82	27394,41	49484,15
média	6725,28	10332,54	26746,80	48444,22
desvio-padrão	166,83	167,04	423,45	530,88

Quadro 3.4 Momentos de transporte obtidos utilizando *simulated annealing* para problemas de 20 e 30 instalações por Tam (1992a)

No.	Instalações					
	20			30		
	AS	HC	BC	AS	HC	BC
min	25779,53	28869,18	25749,46	47422,30	54819,84	48238,23
max	27705,76	32295,95	29321,18	49125,60	58615,45	50589,75
média	26423,04	29719,38	27144,74	48350,60	56446,23	49456,66
desvio-padrão	562,03	1156,80	1180,85	542,51	1162,79	798,63

onde: AS - algoritmo de *simulated annealing*;

HC – algoritmo *straightforward hillclimbing* ;

BC – algoritmo HC modificado (considerando o ponto de partida da busca numa vizinhança);

Quadro 3.5 Momentos de transporte obtidos utilizando algoritmo de busca tabu após 150 iterações por Furtado e Lorena (1997)

No.	Instalações			
	12	15	20	30
Heurística 1	10082,00	15356,00	25426,00	52130,00
Heurística 2	10349,60	15450,40	26252,00	54381,20
Heurística 3	10166,00	14842,00	26650,00	53104,00

As heurísticas utilizadas por Furtado e Lorena, apresentadas nos quadros 3.5 e 3.6, são para obtenção da árvore binária (solução inicial). Tais processos correspondem a:

Heurística 1 – utilizando o método de aglomeração de Andeberg, (1973);

Heurística 2 – utilizando um procedimento aleatório;

Heurística 3 – utilizando um método de aglomeração e movimentos caracterizado pela troca de nós internos e de folhas.

Quadro 3.6 Momentos de transporte obtidos utilizando algoritmo de busca tabu após 150 iterações por Furtado e Lorena (1997)

No.	Instalações			
	12	15	20	30
Heurística 1	9980,00	15218,00	25232,00	48304,00
Heurística 2	10130,40	15375,20	25363,60	49669,20
Heurística 3	9988,00	14786,00	26156,00	53976,00

A seguir é apresentada a estrutura do modelo proposto para solução do problema de arranjo físico de instalações:

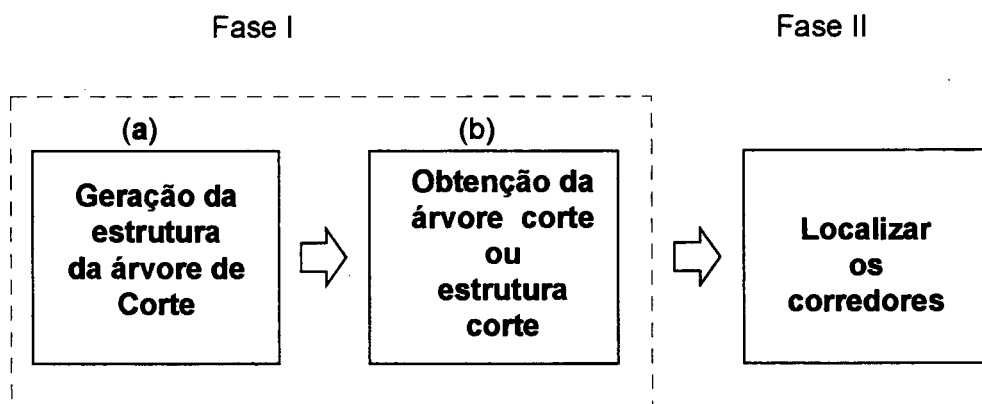


Figura 3.1: Estrutura de funcionamento do modelo proposto

O modelo proposto por ser um método de melhoramento, tem dois passos distintos. No primeiro passo busca por uma solução inicial (a), que é a geração da

estrutura da árvore de corte. No segundo passo através de um algoritmo de busca, que no modelo foi usado o algoritmo genético, procura melhorar a solução inicial obtendo uma árvore de corte otimizada (b) para o problema sem corredor

A divisão do modelo em duas fases foi necessária (ver item 3.4) para melhorar seu desempenho. Na primeira fase o problema é tratado sem corredor e utilizam-se as distâncias euclidianas ou retangulares. Na segunda fase, o método, através do algoritmo genético, procura por uma solução otimizada agora com corredores. Neste caso, utilizando distâncias por corredores.

Esses procedimentos de solução do modelo proposto serão agora apresentados com maiores detalhes.

### **3.3.2 Algoritmo de busca genética**

Na última década, dos trabalhos apresentados na literatura com o objetivo de resolver problemas de arranjo físico utilizando algoritmos genéticos, apenas dois se preocupam com a área das instalações, (Tam, 1992) e (Tate e Smith, 1995b). Outros trabalhos encontrados tratam o problema sem levar em conta a área da instalação, tais como: Gupta et al. (1996), Gen et al. (1995), Suresh et al. (1995), Tate e Smith (1995a), Joines et al. (1994), Chan e Tanski (1994) e outros.

O algoritmo genético é uma técnica de otimização através de buscas heurísticas que imita o processo evolutivo biológico de seleção natural. Foi desenvolvido por Holland (1975). Os algoritmos genéticos combinam a noção de sobrevivência dos mais adaptados, numa busca estruturada, porém aleatória, com avaliação paralela dos nós no espaço de buscas. Os algoritmos genéticos têm sido aplicados com sucesso em vários problemas de otimização tais como o problema do caixeiro viajante, em problemas similares aos problemas de arranjo físico de instalações, em problemas de

empacotamento de polígonos (Jakobs, 1996), além de estudos em problemas específicos de otimização de função não linear mista (Yokota et al., 1996) e inteira binária (Yokota et al., 1995). Um algoritmo genético consiste na representação através de uma *string* denominada cromossomo, onde cada componente representa um gene do nó num espaço de buscas (população), uma função de fitness para avaliar os nós pesquisados, e um parâmetro estocástico para controlar a aplicação dos operadores genéticos (Chan e Tanski, 1994).

A seguir apresenta-se a estrutura de um algoritmo genético utilizada por Mayerle (1997) que difere das estruturas mais gerais apresentadas em Davis (1991). Tal estrutura apresenta os seguintes passos:

*Gerar uma população inicial*

*Avaliar o fitness dos indivíduos da população*

**Repetir**

*Selecionar ancestrais da população*

*Efetuar o cruzamento entre os ancestrais selecionados*

*Eventualmente realizar uma mutação nos descendentes gerados*

*Avaliar o fitness dos descendentes gerados*

*Substituir alguns indivíduos da população(ou todos) pelos descendentes*

**Até que uma solução satisfatória tenha sido encontrada**

A implementação deste algoritmo é composta das seguintes etapas:

- a) definição de uma estrutura do cromossomo através de uma *string* composta de nós (genes);
- b) definição de uma função para avaliação do *fitness* dos cromossomos, que mede a capacidade de adaptação ao meio ambiente;
- c) definição do processo de seleção natural;

d) definição do processo de reprodução de cromossomos realizado pela operação de *crossover*;

e) definição do processo de mutação de cromossomos.

Assim, para resolver um problema através do algoritmo genético, deve-se criar as estruturas que o compõe. Tais estruturas são necessárias e delas depende a velocidade do método. Portanto a eficiência do método é diretamente proporcional à complexidade proposta na avaliação do *fitness*, e dos processos de reprodução e mutação, que devem conter apenas operações elementares. O desafio na aplicação dos algoritmos genéticos está em codificar as soluções através de *strings* de tamanho limitado, e que mantém as características do problema original.

São apresentadas a seguir as definições e os passos necessários à implantação do algoritmo genético para o modelo proposto.

### **3.3.3 Estrutura do cromossomo**

#### **3.3.3.1 Codificação de uma solução**

Um arranjo físico de instalações terá como representação geométrica uma figura retangular que corresponde à área da construção subdividida em áreas menores, que são as instalações. A forma retangular é a mais comum. A forma final encontrada é denominada estrutura de corte (*slicing structure*) e é obtida pelo particionamento recursivo em retângulos menores. A figura 3.2 mostra uma estrutura de corte com seis instalações.

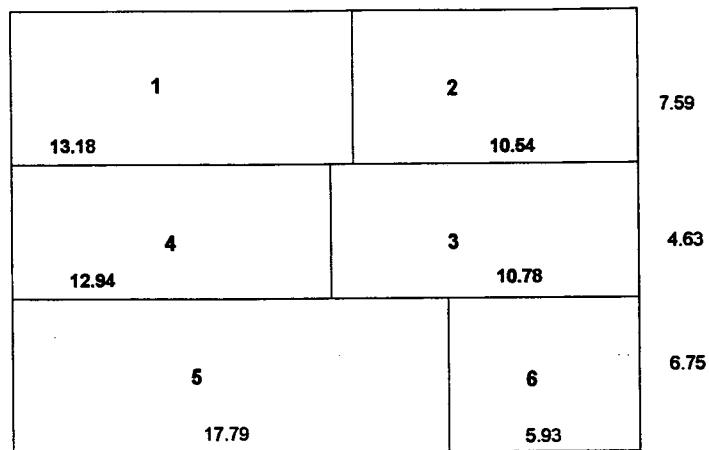


Figura 3.2: Uma estrutura de corte com seis instalações.

A estrutura de corte tem uma representação equivalente que é a árvore de corte (*sclicing tree*); para o exemplo da figura 3.2, é apresentada a árvore de corte correspondente na figura 3.3.

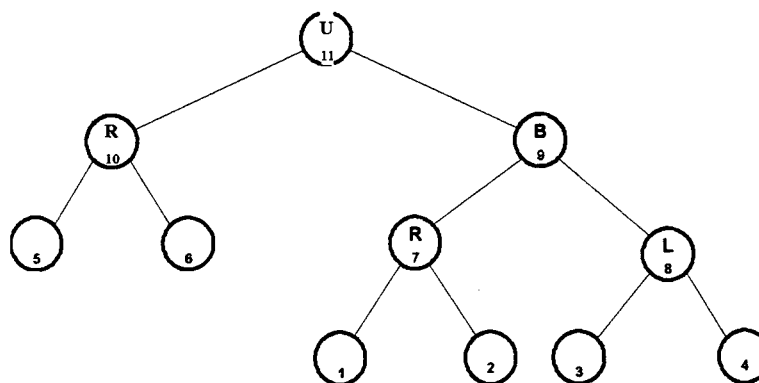


Figura 3.3: Uma árvore de corte com seis instalações.

A árvore de corte é uma árvore binária que mostra o processo de particionamento recursivo que gera a estrutura de corte. Cada nó da árvore contém uma letra que representa o tipo de particionamento (corte) que será realizado, e um número que indica a ordem de agrupamento. Os números dos nós terminais indicam as instalações. Como mostra a figura 3.3, os cortes que serão realizados seguem os níveis da árvore.



Mantendo-se a estrutura da árvore fixa e alterando o corte de um nó, tem-se um arranjo físico diferente, como mostra o exemplo da figura 3.4.

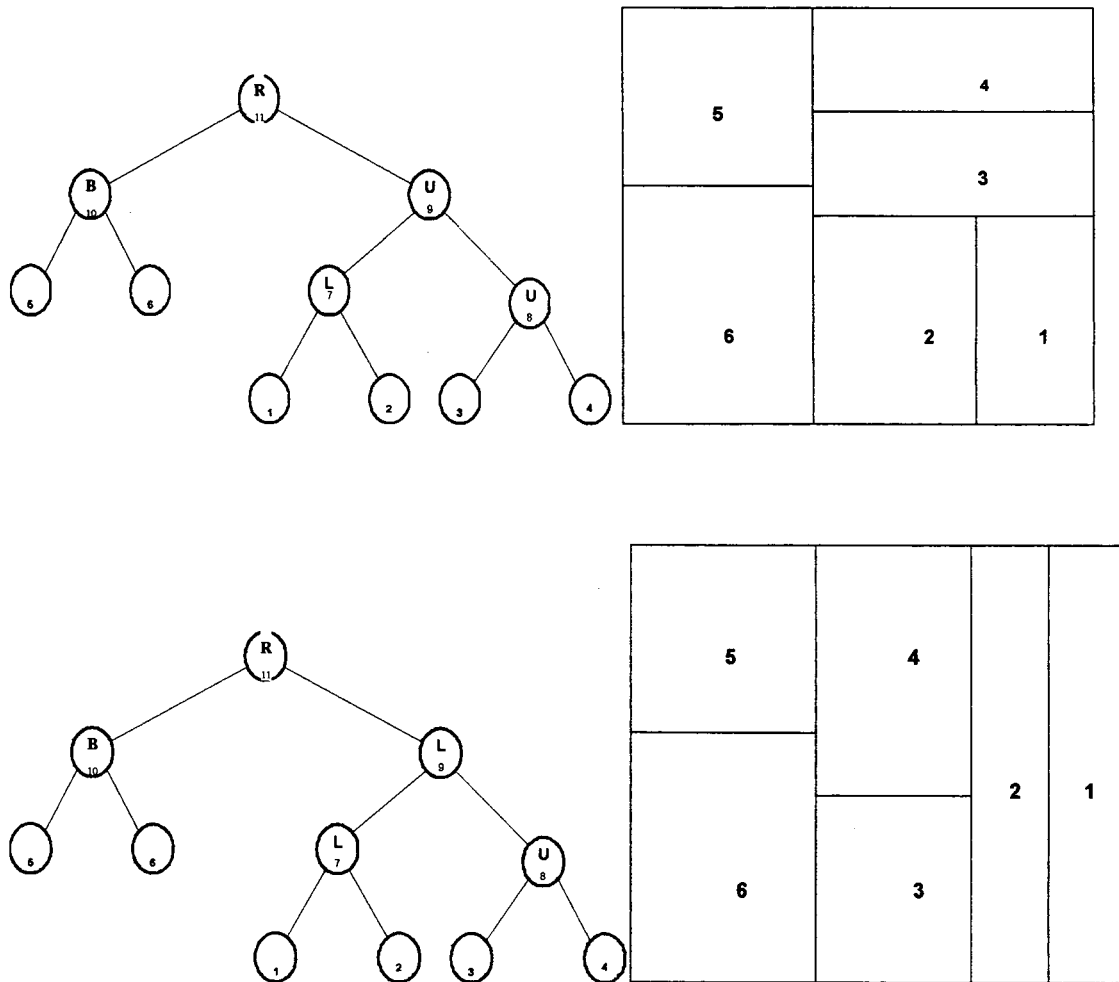


Figura 3.4: Uma sequência de árvore de corte e estrutura de corte correspondente.

A árvore de corte será representada por uma *string* (uma solução) composta por letras e números. As letras representam os tipos de cortes, e pertencem ao conjunto { U, R, B, L, U\*, R\*, B\*, L\*}, onde ‘U’ significa corte acima da instalação, ‘R’ significa corte a direita da instalação, ‘B’ significa corte abaixo da instalação, ‘L’ significa corte a esquerda da instalação. Para a representação de corredores os nós de cortes tiveram um acréscimo nas suas funções. Além de indicar corte entre instalações devem indicar a existência do corredor entre elas, se for o caso. Para tal, utiliza-se a letra acrescida de um

asterisco (\*)<sup>3</sup>.

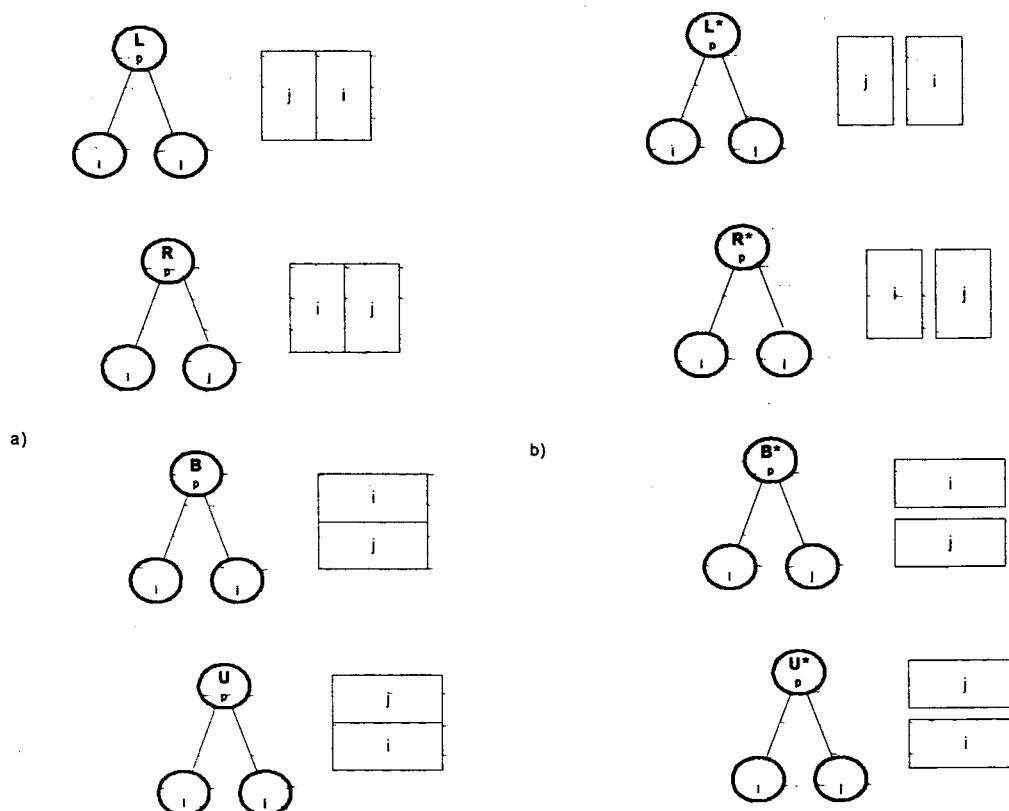


Figura 3.5: Exemplos de árvore de corte e estrutura de corte correspondente representando tipos de cortes: (a) sem corredores e (b) com corredores.

A *string* que representa a árvore de corte é composta pelos nós da árvore em ordem inversa. Por exemplo para a árvore de corte da figura 3.3, a *string* será 43L21RB65RU. Esta representação é idêntica à ordem utilizada nas expressões aritméticas entre operandos e operações, de acordo com a notação polonesa, onde as instalações são operandos e os símbolos de corte as operações. Observa-se que duas árvores são idênticas se, e somente se, suas estruturas da árvore de corte e *strings* são iguais ( Tam, 1992b).

<sup>3</sup> Tam (1992b), em seu trabalho, sugere a utilização do conjunto {U, R, B, L} para definir os possíveis cortes, dado que neste trabalho, não são considerados corredores.

Embora pareça redundante ter dois operadores (tipos de corte), U e B no caso de cortes horizontais e L, R no caso de cortes verticais, ao invés de um para cada dimensão, seu uso se justifica pela necessidade de manter a ordem nos operandos (instalações). Conforme pode-se observar na figura 3.6 para o caso de 12U e 12B usa-se apenas 12H. Logo, para mostrar a mudança ocorrida de 12U para 12B, utilizando apenas o corte H, deve-se expressar a mudança variando a ordem dos números (instalações), com a seguinte correspondência, 12H a 12B e 21H a 12U respectivamente.

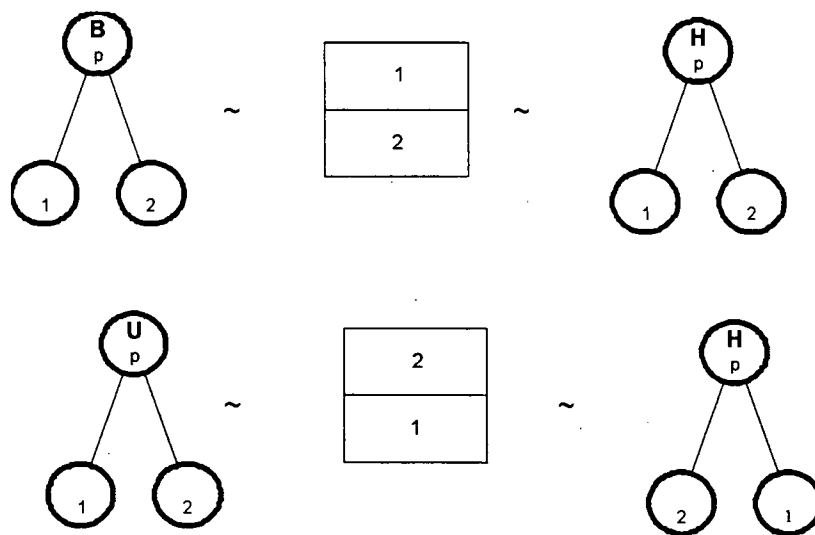


Figura 3.6: Exemplos de árvore de corte e estrutura de corte correspondentes utilizando só dois operadores

Com isto os operandos (instalações) não sofrem alterações na *string*, tornando-se desnecessária sua inclusão. Com isto a árvore de corte mostrada na figura 3.3 pode ser representada pela *string* LRBRU ao invés de 43L21RB65RU (Tam, 1992b).

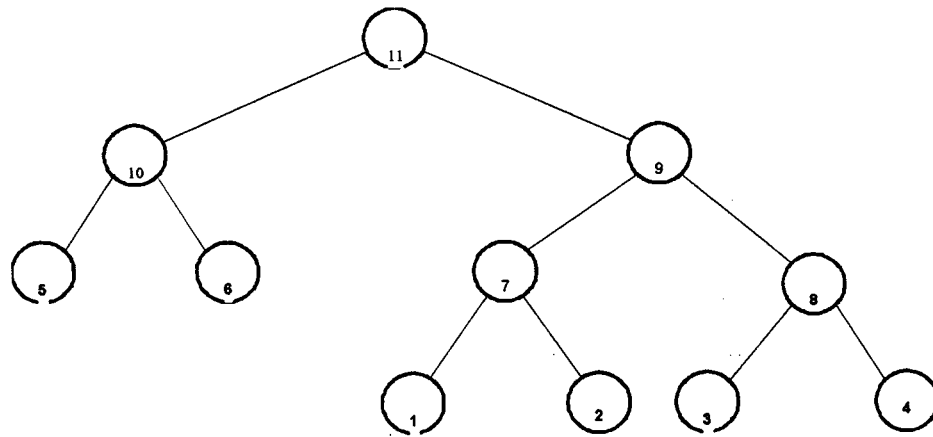


Figura 3.7: Uma estrutura da árvore de corte.

O espaço  $S$  de todos os arranjos físicos de instalações é formado, portanto, pelo conjunto de todas árvores de corte “s” obtidas através da combinação dos cortes em uma estrutura da árvore de corte. Assim, cada elemento  $s \in S$  tem a mesma estrutura da árvore de corte (ver figura 3.7), diferindo apenas nos tipos de cortes.

Dada uma estrutura da árvore de corte, observa-se a seguinte equivalência nas representações:

estrutura da árvore de corte + string  $\Leftrightarrow$  árvore de corte  $\Leftrightarrow$  estrutura de corte  $\Leftrightarrow$  arranjo físico

Na terminologia dos algoritmos genéticos, utiliza-se o termo cromossomo para designar uma *string*. Neste problema o cromossomo é gerado a partir do conjunto de cortes  $\{B, U, R, L, B^*, U^*, R^*, L^*\}^{n-1}$  onde  $n$  é o número de instalações. A dimensão do espaço solução será  $8^{n-1}$ .

Segundo Tam (1992b) a representação proposta satisfaz os dois princípios básicos propostos por Goldberg (1989) que são: construção de blocos representativos e alfabeto mínimo.

### 3.3.3.2 Construção de uma estrutura de árvore de corte

A formulação do problema é baseada em uma estrutura da árvore de corte fixa. Para determinar tal estrutura foi utilizada a técnica de análise de agrupamentos (*cluster*) que agrega as instalações aos pares, segundo os fluxos existentes entre elas. Anderberg (1973) desenvolveu vários métodos de análise de classes tais como: ligações simples (*single linkage*), ligações completas (*complete linkage*) e ligações densas (*density linkage*), que são encontrados em pacotes estatísticos tais como, SAS, SPSS, STATISTICA e outros.

O objetivo da análise de classes é descobrir grupos naturais de itens (ou variáveis). Inicialmente é definida uma escala quantitativa na qual é medida a associação (ou similaridade) entre objetos. Para este problema Tam (1992b) propõe que uma matriz simétrica D de distâncias seja obtida a partir da matriz dos fluxos, que é dada no problema. Para tanto, utiliza-se a expressão:

$$d_{ij} = 1 / [ 1 + (v_{ij} + v_{ji}) ] \quad (3.4)$$

onde  $v_{ij}$  e  $v_{ji}$  são os fluxos da instalação i para j e de j para i, respectivamente. Para cada par de instalações i e j, sua distância  $d_{ij}$  é armazenada em uma matriz simétrica de distâncias que será utilizada na análise de classes para criar o *dendograma*<sup>4</sup>.

Para realizar o agrupamento de N objetos em classes, Anderberg (1973) propôs o seguinte algoritmo básico, denominado de procedimento de geração de árvore de corte (GEAC):

---

<sup>4</sup> Dendograma é uma figura que mostra os agrupamentos em classes e os níveis de relacionamento correspondentes (Johnson e Wichern, 1982).

### Procedimento GEAC

- P1. Iniciar com N classes, cada uma contendo uma entidade simples (ou instalação), a qual está associada uma matriz simétrica de distâncias (ou similaridades),  $D = [d_{ij}]$ , de ordem  $N \times N$ ;
- P2. Determinar na matriz de distâncias as duas classes mais próximas (de menor distância ou mais similar), representadas por U e V;
- P3. Unir as classes U e V, rotulando a nova classe formada por (UV). Atualize a matriz de distâncias, apagando as linhas e colunas correspondentes às classes U e V originais, e adicionando, a partir da última linha e da última coluna uma nova linha e uma nova coluna (UV) com as respectivas distâncias às demais classes;
- P4. Repetir N-1 vezes os passos 2 e 3.

O dendograma resulta da aplicação deste algoritmo, mostrando os agrupamentos de classes realizados, e em que níveis eles se relacionam.

Dependendo da forma como se calcula a distância entre as classes recém formadas e as demais classes, têm-se os seguintes métodos de agrupamento:

a) *single linkage*  $d_{UV} = \min \{ d_{ij} \};$  (3.5a)

b) *complete linkage*  $d_{UV} = \max \{ d_{ij} \};$  (3.5b)

c) *average linkage*  $d_{(UV)W} = \frac{\sum_i \sum_j d_{ij}}{N_{uv} N_w}$  (3.5c)

onde  $d_{ij}$  é a distância entre o objeto i na classe (UV) e objeto j na classe W. O número de itens das classes (UV) e W são  $N_{UV}$  e  $N_w$  respectivamente (Johnson e Wichern, 1982).

Entre os métodos acima, o *average linkage* é reportado por Tam (1992b) como sendo o que apresenta melhor resultado para a definição da árvore de corte.

Além destes métodos originalmente propostos por Andeberg, neste trabalho foi utilizada uma variante do *average linkage*. Esta variante consiste em realizar duas modificações sobre o algoritmo básico apresentado.

a) substituir o passo 4 por: P4. Repetir os passos 2 e 3 entre as linhas e colunas da matriz, não acrescidas no passo 3, até que se obtenha todos os pares de classes;

b) acrescentar o passo 5 : P5 Acrescentar à matriz resultante no passo 4, as linhas e colunas obtidas no passo 3. Pare, se a ordem da matriz for um, senão retorne ao passo 1.

Estas modificações se mostraram interessantes na resolução de alguns problemas, para os quais se obtém uma estrutura da árvore de corte mais homogênea sob o ponto de vista de forma.

Aplicando o método de *average linkage* modificado nos dados do Quadro 3.1, obtém-se a estrutura da árvore de corte mostrada anteriormente na figura 3.7.

Obtida a estrutura da árvore de corte, o passo seguinte na aplicação do algoritmo, é a geração de soluções aleatórias (*strings*) conforme 3.3.2.1, formando assim uma população inicial.

### **3.3.3.3 Construção de um arranjo físico de instalações a partir de um cromossomo**

A geometria do arranjo físico está intimamente vinculada à *string* correspondente à árvore de corte. A completa codificação de um arranjo físico depende da definição das coordenadas das diversas instalações. Tais coordenadas definem o posicionamento das instalações dentro da área disponível, e conseqüentemente, as distâncias existentes entre elas. Neste sentido a construção de um arranjo físico a partir de um cromossomo resulta das etapas de determinação das coordenadas das instalações.

A determinação das coordenadas das instalações tem por base a árvore de corte. Para os dados dos quadros 3.1 e 3.2, é apresentada na figura 3.8 a árvore de corte obtida com a aplicação do método *average linkage* modificado. Os cortes incluídos nesta árvore foram gerados aleatoriamente. A estrutura de corte correspondente a esta árvore de corte foi apresentada na figura 3.2.

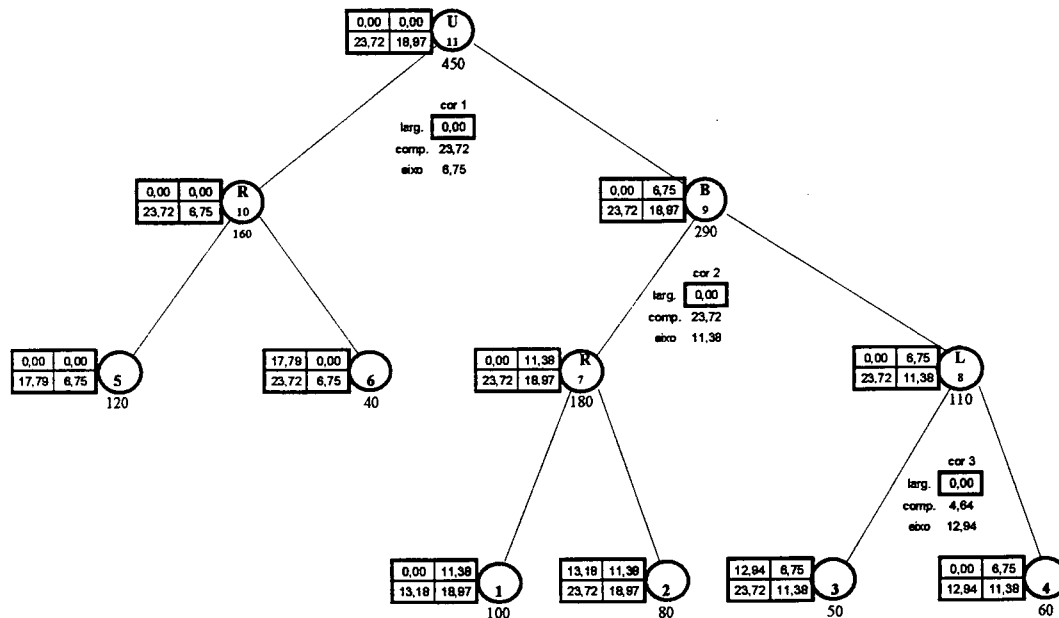


Figura 3.8: Exemplo de uma árvore de corte com as coordenadas das instalações.

Esta figura mostra que cada instalação tem uma área associada, que é fornecida nos dados do problema. O nó corte também tem uma área associada, resultante da soma das áreas dos nós filhos. O nó raiz, portanto, tem por área, a somatória das áreas de todas as instalações. No caso de existirem corredores, além de considerar como área do corte a soma das áreas dos nós descendentes, deve-se acrescentar a área correspondente ao corredor existente entre os blocos.

Em outras palavras sejam  $i$  e  $j$  os nós descendentes de um nó  $p$  qualquer. Então, tem-se:

$$A_p = A_i + A_j + A_c \quad (3.6)$$



onde:  $A_p$  é a área do nó pai  $p$ ;

$A_i$  é a área do nó filho  $i$  (descendente a esquerda);

$A_j$  é a área do nó filho  $j$  (descendente a direita);

$A_c$  é a área do corredor entre os blocos  $i$  e  $j$ .

A área do corredor é obtida pelo produto entre a largura padrão definida no problema e o comprimento do corredor existente entre os blocos definidos pelos nós  $i$  e  $j$ , conforme mostra a figura 3.9.

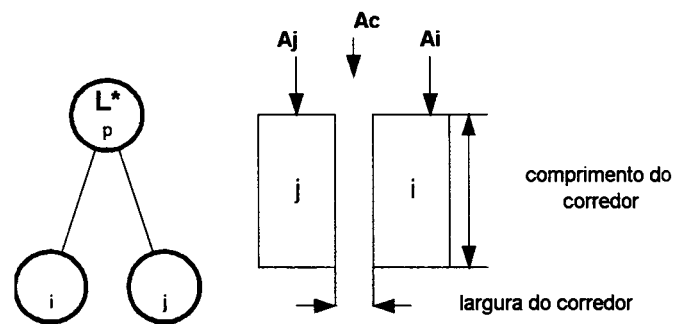


Figura 3.9: Uma árvore de corte com corredor e sua estrutura de corte correspondente.

Como se percebe, o comprimento dos corredores depende das coordenadas dos blocos envolvidos. Associado a cada nó, tem-se um quadro, no qual constam as coordenadas do bloco correspondente. Os valores contidos nestes quadros são os seguintes:

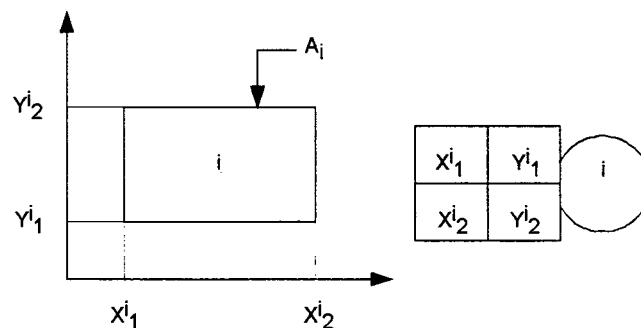


Figura 3.10: Coordenadas para uma instalação  $i$ .

Para a figura 3.10 temos a seguinte legenda.

$x_1^i$  corresponde a abscissa à esquerda do nó  $i$ :

$X_2^i$  corresponde a abcissa à direita do nó  $i$ ;

$Y_1^i$  corresponde a ordenada inferior do nó  $i$ ;

$Y_2^i$  corresponde a ordenada superior do nó  $i$ ;

$A_i$  corresponde a área do nó  $i$  dado por  $(X_2^i - X_1^i) (Y_2^i - Y_1^i)$ .

Para determinar estas coordenadas, deve-se considerar o tipo de corte do nó pai, e as áreas associadas aos nós filhos.

Assim tem-se:

caso 1: para corte do tipo U

$$Y_2^i = Y_1^p + A_i / (X_2^p - X_1^p); \quad (3.7a)$$

$$Y_1^j = Y_2^p - A_j / (X_2^p - X_1^p); \quad (3.7b)$$

caso 2: para corte do tipo B

$$Y_1^i = Y_2^p - A_i / (X_2^p - X_1^p); \quad (3.7c)$$

$$Y_2^j = Y_1^p + A_j / (X_2^p - X_1^p); \quad (3.7d)$$

caso 3: para corte do tipo L

$$X_1^i = X_2^p - A_i / (Y_2^p - Y_1^p); \quad (3.7e)$$

$$X_2^j = X_1^p + A_j / (Y_2^p - Y_1^p); \quad (3.7f)$$

caso 4: para corte do tipo R

$$X_2^i = X_1^p + A_i / (Y_2^p - Y_1^p); \quad (3.7g)$$

$$X_1^j = X_2^p - A_j / (Y_2^p - Y_1^p); \quad (3.7h)$$

As coordenadas não explicitadas dos nós descendentes nas expressões acima são iguais às respectivas coordenadas do nó predecessor  $p$ .

Para determinar o comprimento do corredor  $i$ , denotado por  $COMP_i$ , é necessário saber o tipo de corte do nó( $i$ ):

caso 1 : para corte do tipo horizontal (B ou U)

$$COMP_i = X_2^i - X_1^i; \quad (3.8a)$$

caso 2 : para corte do tipo vertical (R ou L)

$$COMP_i = Y_2^i - Y_1^i; \quad (3.8b)$$

Para o cálculo das coordenadas é necessário conhecer as áreas associadas aos nós. Estas, por sua vez, dependem da área dos corredores, que são calculadas através do produto do comprimento do corredor pela largura padrão. Para determinação do comprimento dos corredores é necessário conhecer as coordenadas.

Logo, a determinação das coordenadas depende de um processo iterativo, que se repete até que entre valores consecutivos de área dos corredores ( $A_c$ ) se tenha um erro inferior a um limite máximo estabelecido. O procedimento que determina as coordenadas das instalações e ajusta os corredores à medida padrão, é dado pelos passos:

#### Procedimento AJCOR

- P1 inicializar  $COMP_i = 0$   $i = 1, \dots, m$  onde  $m$  é o número de corredores;
- P2 calcular a área dos nós através da expressão (3.6);
- P3 calcular as coordenadas dos nós através das expressões de (3.7a) a (3.7h);
- P4 atualizar o comprimento dos corredores as expressões (3.8a) e (3.8b);
- P5 verificar se a diferença relativa entre os valores de área obtidos nesta iteração e a anterior é inferior a um valor máximo admissível, em caso afirmativo, parar, senão voltar ao passo 2;

Para exemplificar este processo considere novamente o problema cujos dados foram fornecidos nos quadros 3.1 e 3.2. Aplicando este procedimento para corredores de 1, 2 e 4 m, obtém-se a cada iteração os resultados apresentados nos quadros de 3.7 a 3.9.

Quadro 3.7: Variações na largura e no comprimento no ajuste do corredor de 1 m.

Iter	Area total	Variação na largura			Variação no comprimento			Diferença área (%)
		1	2	3	1	2	3	
1	450,00	0,00	0,00	0,00	23,72	23,72	4,64	10,38
2	502,10	0,95	0,95	1,01	25,05	25,05	4,58	
3	504,68	1,00	1,00	1,00	25,12	25,12	4,56	
4	504,80	1,00	1,00	1,00	25,12	25,12	4,56	

Quadro 3.8: Variações na largura e no comprimento no ajuste do corredor de 2 m.

Iter	Area total	Variação na largura			Variação no comprimento			Diferença área (%)
		1	2	3	1	2	3	
1	450	0,00	0,00	0,00	23,72	23,72	4,64	18,80
2	554,16	1,80	1,80	2,05	26,32	26,32	4,53	
3	564,34	1,98	1,98	2,02	26,56	26,56	4,48	
4	565,2	2,00	2,00	2,00	26,58	26,58	4,48	
5	565,28	2,00	2,00	2,00	26,58	26,58	4,48	0,01

Quadro 3.9: Variações na largura e no comprimento no ajuste do corredor de 4 m.

Iter	Area total	Variação na largura			Variação no comprimento			Diferença área (%)
		1	2	3	1	2	3	
1	450,00	0,00	0,00	0,00	23,72	23,72	4,64	31,64
2	658,32	3,31	3,31	4,14	28,69	28,69	4,48	
3	697,44	3,89	3,89	4,14	29,53	29,53	4,33	
4	703,56	3,98	3,98	4,03	29,66	29,66	4,29	
5	704,44	4,00	4,00	4,00	29,67	29,67	4,29	0,12
6	704,52	4,00	4,00	4,00	29,68	29,68	4,28	0,01

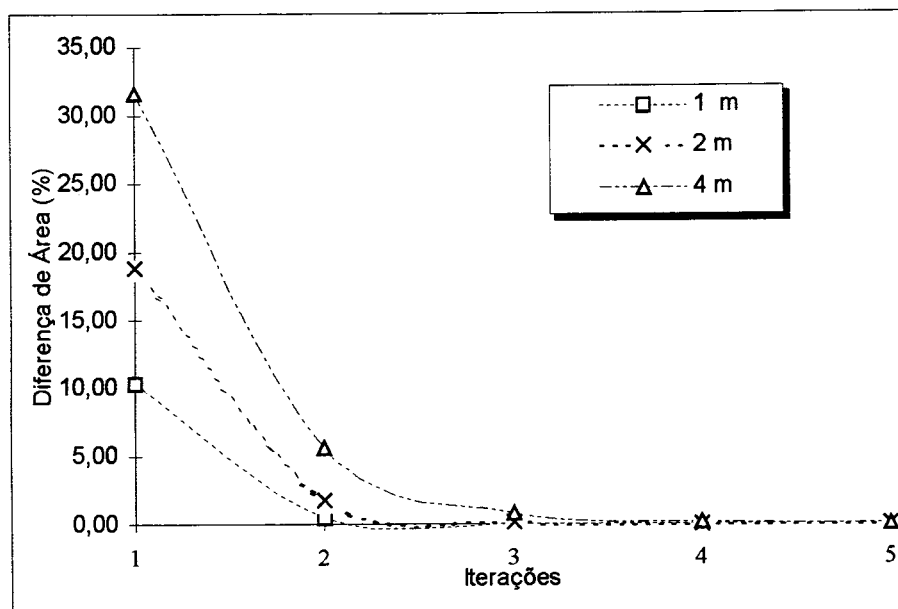


Figura 3.11: Diferença relativa de área (%) no ajuste dos corredores por iteração.

Os quadros 3.7, 3.8 e 3.9 mostram as variações no comprimento, na largura, nas áreas e o erro percentual relativo de área cometido por iteração. O procedimento pára,

quando a diferença relativa de área calculada for inferior ao percentual admissível. O que se observa nestes quadros e na figura 3.11 é que o processo iterativo converge rapidamente, conforme pode-se ver para os casos de corredores de 1m, 2m e 4m. A diferença relativa de área inicia com 10,38%, 18,80% e 31,64% decrescendo a zero em 4, 5 e 6 iterações como mostra a figura 3.11.

Para exemplificar o procedimento acima é apresentada a árvore de corte e a estrutura de corte correspondente com corredor de 1m.

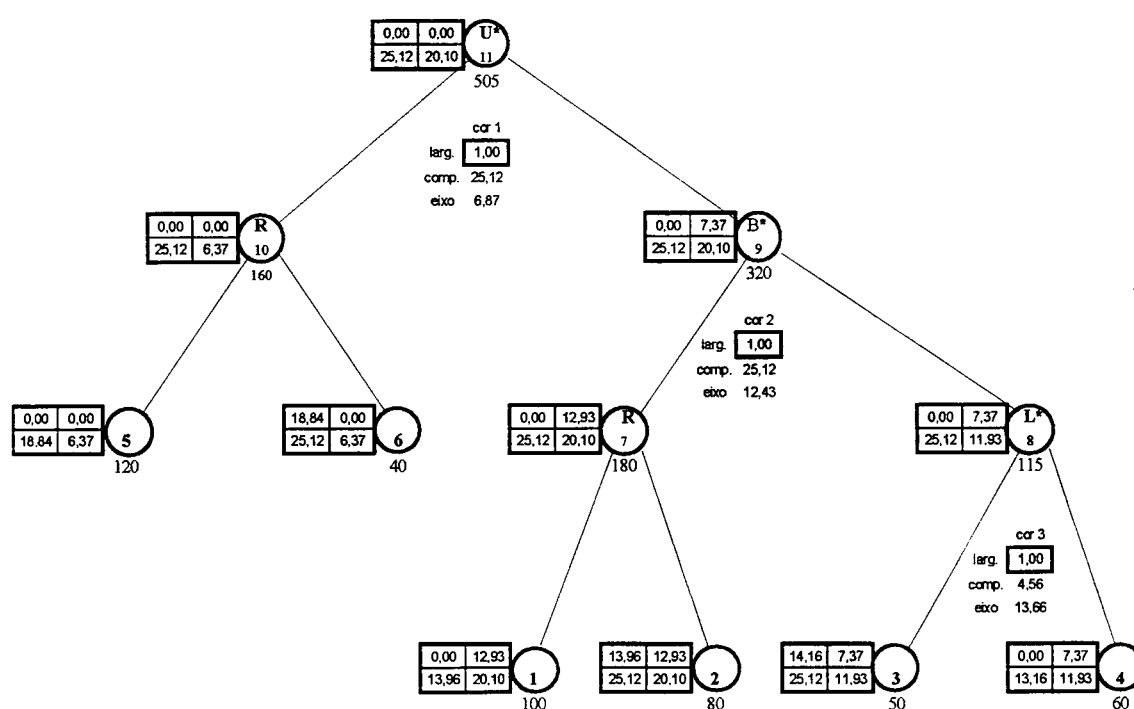


Figura 3.12: Árvore de corte com corredor de 1m.

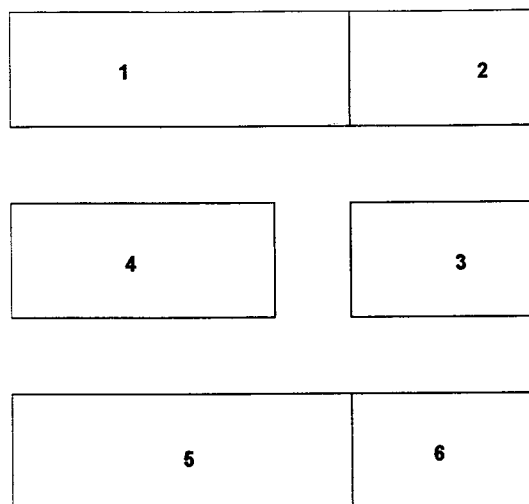


Figura 3.13: Estrutura de corte relacionada a árvore de corte da figura 3.12.

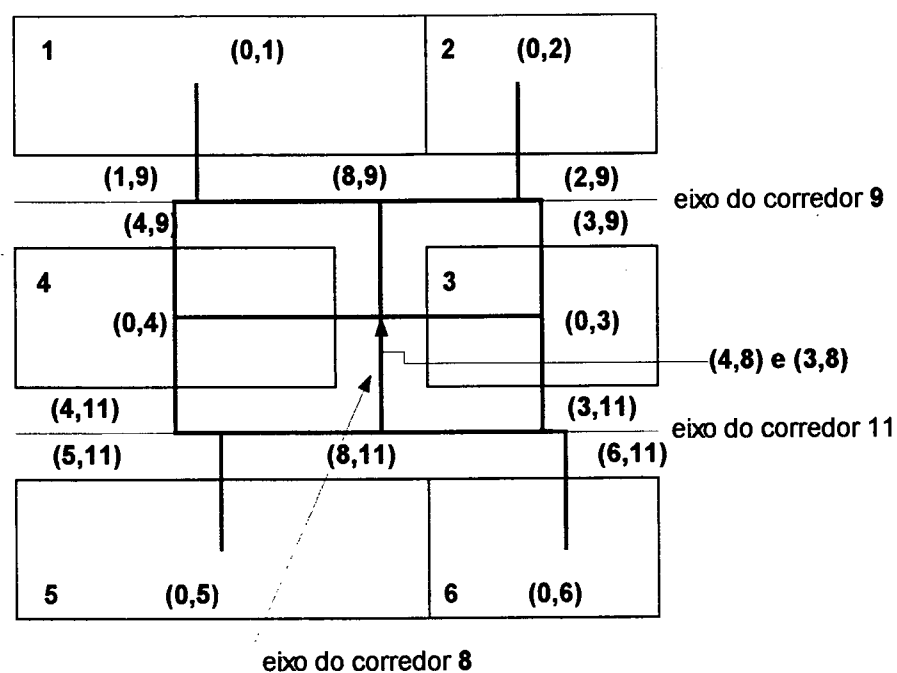


Figura 3.14: Estrutura de corte associado ao problema apresentado no quadro 3.1 e 3.2, com os respectivos pontos auxiliares.

### 3.3.4 Função de avaliação do cromossomo

Considerando a formulação matemática do problema apresentado na seção 3.2., e transformando as restrições em penalidades, tem-se o seguinte problema de otimização irrestrita:

$$\min F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} d_{ij} + w \sum_{k=1}^n \alpha_k^2 \quad (3.9)$$

onde  $w$  é uma constante positiva de penalização de forma e  $\alpha_k$  é a distância relativa entre o valor da razão de forma da instalação  $k$  e o intervalo dado, isto é:

$$\alpha_k = d_r(a_k, [a_{\min}^k, a_{\max}^k]). \quad (3.10)$$

Para o caso de orientação livre considera-se:

$$\alpha_k = \min \{d_r(a_k, [a_{\min}^k, a_{\max}^k]), d_r(a_k, [1/a_{\max}^k, 1/a_{\min}^k])\} \quad (3.11)$$

A distância relativa de um escalar  $c$  a um intervalo  $[a,b]$ , denotado por  $d_r(c, [a,b])$ , é definida como:

$$d_r(c, [a,b]) = \begin{cases} 0 & \text{se } a \leq c \leq b; \\ (a-c)/c & \text{se } c < a; \\ (c-b)/b & \text{se } c > b. \end{cases} \quad (3.12)$$

Para avaliação do *fitness* será considerada a função objetivo apresentada em (3.19). Observe que quanto menor o valor da função  $F$  maior será a capacidade da solução satisfazer as condições do problema de arranjo físico proposto, isto é, maior será o seu *fitness*.

Dado que o valor da função objetivo é sempre positivo, pode-se definir o *fitness* associado a uma solução, como sendo:

$$f_i = 1 / F_i. \quad (3.13)$$

onde  $F_i$  é o valor da função objetivo aplicado para a solução definida pelo  $i$ -ésimo indivíduo da população.

No cálculo da função objetivo  $F$  o valor de  $a_k$  poderá ser obtido, para cada instalação  $k$  através das coordenadas associadas aos nós que representam as instalações na árvore de corte, isto é:

$$a_k = (Y^k_2 - Y^k_1) / (X^k_2 - X^k_1) \quad (3.14)$$

Já o cálculo das distâncias  $d_{ij}$  deve considerar três casos distintos: (a) cálculo da distância entre instalações em arranjo físico sem corredores; (b) cálculo da distância entre instalações em arranjo físico com corredores e (c) cálculo da distância entre instalações adjacentes para arranjo físico com corredores, descritos a seguir:

a) Cálculo das distâncias entre instalações para arranjo físico sem corredor:

Neste caso a distância poderá ser calculada utilizando a métrica euclidiana ou retangular, considerando os centróides das instalações envolvidos. Em outras palavras, conhecidas as coordenadas  $(x_i, y_i)$  do centróide da instalação  $i$  e as coordenadas  $(x_j, y_j)$  do centróide da instalação  $j$ , a distância será dada por:

$$\text{Métrica euclidiana } d_{ij} = [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]^{1/2}, \quad (3.15a)$$

$$\text{Métrica retangular } d_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|; \quad (3.15b)$$

As coordenadas dos centróides são obtidas através da média aritmética das coordenadas associadas aos nós que representam as instalações na árvore de corte (veja figura 3.8), isto é:

$$x_i = (X^i_1 + X^i_2) / 2 \quad i = 1, \dots, n \quad (3.16a)$$

$$y_i = (Y^i_1 + Y^i_2) / 2 \quad i = 1, \dots, n \quad (3.16b)$$

b) Cálculo das distâncias entre instalações para arranjo físico com corredor:



Para o caso da distância ser calculada considerando a existência de corredores, deverá ser gerado um grafo que defina a estrutura dos corredores a serem percorridos.

Para tanto, deve-se determinar um conjunto de pontos auxiliares ou nós, conforme mostra a figura 3.14. Nesta figura observa-se a existência de três tipos básicos de nós que definem o grafo sobre o qual serão calculados as distâncias mínimas entre instalações, que são as seguintes:

- a) centróides das instalações;
- b) pontos auxiliares de ligação entre instalações e corredores;
- c) pontos de interseção entre eixos dos corredores.

Para obter os pontos acima descritos, e suas coordenadas, deve-se estabelecer o relacionamento entre corredores e instalações utilizando o procedimento QREL abaixo.

#### Procedimento QREL:

- P1. Construir um quadro com quatro linhas e n colunas. A cada linha está associado um tipo de corte, U, R, B e L e cada coluna representa uma instalação.
- P2. Para cada instalação realizar uma busca sobre a árvore de corte partindo do nó instalação em direção ao nó raiz. Observar em cada nó pesquisado o tipo de corte<sup>5</sup>, e marcando na coluna correspondente à instalação e na linha correspondente ao tipo

---

<sup>5</sup> Observar na figura 3.4, que os nós tem duas categorias distintas, horizontais e verticais e que cada categoria tem dois tipos de corte. Ao se realizar uma busca sobre a árvore de corte, tem-se dois casos a considerar. Por exemplo, se o nó p representa um corte L, e o caminhar do nó i (a esquerda) para o nó p, temos um corte L associado a facilidade, caso contrário o corte associado é R. Considerando esta relação, é possível identificar a posição do corte ou corredor na facilidade.

de corte, com um (\*) se não for corredor ou com o número do nó correspondente ao corredor, caso ainda não tenha sido marcado;

Considerando a árvore de corte da figura 3.12 e o procedimento acima, tem-se os relacionamentos apresentados no quadro 3.10.

Quadro 3.10 : Relacionamento entre instalações e corredores para a árvore de corte da figura 3.12.

	1	2	3	4	5	6
U			9	9	11	11
R	*			8	*	
B	9	9	11	11		
L		*	8			*

Neste quadro pode-se observar que a cada coluna está associada uma instalação. Nesta coluna estão registrados os números dos nós corredores com os quais cada instalação se vincula, e a correspondente posição relativa entre os mesmos. Assim por exemplo, a instalação 2 se relaciona com o corredor 9, que se situa abaixo da instalação.

Além disso, cada corredor assinalado na coluna de uma instalação no quadro de relacionamento, corresponde a um ponto auxiliar situado sobre o eixo do corredor, como já foi apresentado na figura 3.14. Por fim, associado a cada par de corredores, apresentado em uma coluna, e ortogonais entre si, tem-se um ponto auxiliar que corresponde à interseção dos eixos destes corredores, conforme pode ser observado na figura 3.14.

Com o quadro de relacionamento pode-se determinar o número de pontos que ligam as instalações aos eixos dos corredores e o número de pontos de interseção entre os eixos dos corredores. Em seguida determina-se suas coordenadas como segue:

1. as coordenadas dos centróides das instalações são obtidos através da média aritmética das coordenadas associadas aos nós que representam as instalações na árvore de

corte, conforme sugerido anteriormente para o caso de arranjo físico sem corredor em (3.16a) e (3.16b);

2. a cada corredor tem-se associado um eixo cuja ordenada (para cortes tipo R ou L) ou abcissa (para cortes tipo U ou B) é obtida pela média aritmética das coordenadas obtida através das expressões (3.7a) e (3.7b) (para o caso de corte tipo U), ou (3.7c) e (3.7d) (para o caso do tipo B), ou (3.7e) e (3.7f) (para cortes do tipo L) ou ainda (3.7g) e (3.7h) (para cortes do tipo R);
3. as coordenadas dos pontos que representam um vínculo entre uma instalação e um corredor, em se tratando de corredor horizontal, tem por abcissa a abcissa do centróide de instalações e por ordenada o eixo do corredor. Para o caso de corredor vertical, a abcissa do ponto será dada pelo eixo do corredor e a ordenada será a ordenada do centróide da instalação;
4. para os pontos que representam interseções entre eixos de corredores ortogonais entre si, terão por abcissa o eixo do corredor vertical e por ordenada o eixo do corredor horizontal.

Para o quadro de relacionamento anterior, e considerando as coordenadas associadas aos nós da árvore de corte apresentada na figura 3.12, obteve-se os pontos e respectivas coordenadas no quadro 3.11.

Quadro 3.11: Coordenadas dos centróides de instalações, dos pontos que ligam instalações aos eixos dos corredores e interseção de eixos de corredores da figura 3.12.

	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)	(0,6)	(1,9)	(2,9)	(3,8)	(3,9)
X	6,98	19,54	19,64	6,58	9,42	21,98	6,98	19,54	13,66	19,64
Y	16,51	16,51	9,65	9,65	3,18	3,18	12,43	12,43	9,65	12,43

	(3,11)	(4,8)	(4,9)	(4,11)	(5,11)	(6,11)	(8,9)	(9,8)	(8,11)	(11,8)
X	19,64	13,66	6,58	6,58	9,42	21,98	13,66	13,66	13,66	13,66
Y	6,87	9,65	12,43	6,87	6,87	6,87	12,43	12,43	6,87	6,87

Os procedimentos até aqui apresentados, determinam um conjunto de  $p$  pontos distintos sobre a área do arranjo físico, com suas respectivas coordenadas. O grafo  $G(\Gamma, A)$  que será gerado para determinar as distâncias mínimas entre instalações tem como conjunto de nós  $\Gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p\}$ , cujas coordenadas já foram determinadas. Cada  $\gamma_i \in \Gamma$  foi rotulado por um par de números,  $\text{Rot}(\gamma_i) = (n_i, m_i)$ , sendo que para as instalações  $n_i = 0$ ; conforme pode ser observado no quadro 3.11 e na figura 3.14.

O conjunto de arcos deste grafo será definido sobre o produto cartesiano  $\Gamma \times \Gamma$ , isto é,  $A \subseteq \Gamma \times \Gamma$ .

O procedimento para o cálculo das distâncias entre instalações considera a cada vez um nó instalação como origem, a partir do qual serão determinadas as distâncias para os demais nós instalações. Seja  $x_0$  esta origem. Então o conjunto  $A$  não deverá conter arcos que tenham o nó  $x_0$  como nó terminal. Por outro lado, não deverão ser gerados arcos que tenham os demais nós instalações como nó inicial. Isto tem por objetivo impedir a possibilidade de obter caminhos mínimos entre duas instalações, passando por uma terceira instalação.

Assim, considerando um nó instalação  $x_0$  como origem, um arco  $a_r = (\gamma_i, \gamma_j) \in A$  se e somente se uma das condições se verifica:

1.  $n_i = 0, m_i = m_0$  e  $n_j = m_i$  ;
2.  $n_j = 0, m_j = m_0$  e  $n_i = m_j$  ;
3.  $n_i \neq 0, n_j \neq 0$  e  $m_i = m_j$  ;
4.  $n_i \neq 0, n_j \neq 0$  e  $n_i = m_j$  ;
5.  $n_i \neq 0, n_j \neq 0$  e  $m_i = n_j$  ;
6.  $n_i \neq 0, n_j \neq 0$  e  $n_i = n_j > n$ ; ( $n$  é o número de instalações).

(3.17)

Obtido o grafo, associa-se a cada  $a_r = (\gamma_i, \gamma_j) \in A$  um custo dado pela distância retangular entre os pontos correspondentes aos nós  $\gamma_i$  e  $\gamma_j$ . Considerando que as coordenadas de  $\gamma_i$  são  $(x_i, y_i)$  e de  $\gamma_j$   $(x_j, y_j)$ , tem-se:

$$c_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j| \quad (3.18)$$

As distâncias mínimas entre instalações, considerando uma instalação origem (correspondente ao nó  $\gamma_0$ ), poderão ser obtidas aplicando-se o algoritmo de Dijkstra apresentado no anexo A. Para obter-se a distância de  $\gamma_0$  a todos os vértices instalações, a regra de parada deste algoritmo foi modificada. No passo 3, a regra de parada ao se encontrar um nó terminal, foi substituída por parar quando todos os nós correspondentes a instalação forem rotulados como processado (P).

No caso dos dados apresentados no quadro 3.11, obteve-se aplicando o algoritmo de Dijkstra os resultados do quadro 3.12.

Quadro 3.12: Caminhos mínimos obtidos com o algoritmo de Dijkstra.

	1	2	3	4	5	6
1	0					
2	20,72	0				
3	19,52	6,96	0			
4	7,26	19,82	13,06	0		
5	24,24	23,44	16,68	9,3	0	
6	28,32	27,52	8,8	21,86	19,92	0

Observa-se que a não existência de corredores ligando instalações não adjacentes, implica no aparecimento de uma distância infinita. Isto indica que o grafo formado pelos corredores não é conexo. Desta forma penalizam-se as soluções inviáveis.

c) Cálculo das distâncias entre instalações adjacentes para arranjo físico com corredor.

Duas instalações são adjacentes quando: a projeção da sobreposição das figuras em relação ao eixo horizontal é maior que a largura do corredor e em relação ao eixo vertical é zero, ou vice-versa. Designando a sobreposição horizontal entre as instalações  $i$  e  $k$  por  $S_{ik}^X$  e a sobreposição vertical entre as instalações  $i$  e  $k$  por  $S_{ik}^Y$  temos:

$$S_{ik}^X = (X_2^i - X_1^i) + (X_2^k - X_1^k) - \{ [\max\{X_2^i, X_2^k\}] - [\min\{X_1^i, X_1^k\}] \}; \quad (3.19a)$$

$$S_{ik}^Y = (Y_2^i - Y_1^i) + (Y_2^k - Y_1^k) - \{ [\max\{Y_2^i, Y_2^k\}] - [\min\{Y_1^i, Y_1^k\}] \}; \quad (3.19b)$$

Com estes resultados diz-se que as instalações  $i$  e  $k$  são adjacentes se:

$$S_{ik}^X \geq \text{largura do corredor e } S_{ik}^Y = 0, \text{ ou} \quad (3.19c)$$

$$S_{ik}^Y \geq \text{largura do corredor e } S_{ik}^X = 0. \quad (3.19d)$$

Sendo duas instalações adjacentes calcula-se a distância usando a expressão (3.26) e desconsidera-se a obtida pelo algoritmo de Dijkstra. Para o exemplo em estudo, as distâncias entre as instalações 1 e 2 e instalações 5 e 6 devem ser substituídas por 12,56, cada uma, que é a medida da distância retangular, pois são adjacentes.

### 3.3.5 Processo de seleção natural

O modelo utiliza o valor de *fitness* (ver expressão 3.13) para colocar em ordem decrescente os  $p$  indivíduos da população. Assim tem-se:  $f_1 \geq f_2 \geq \dots \geq f_p$ , o melhor *fitness* corresponde ao primeiro indivíduo da população e o pior *fitness* o último indivíduo da população.

No processo de seleção foi considerada uma distribuição de probabilidade do tipo gradiente, na qual a probabilidade de escolha do melhor indivíduo é um múltiplo da probabilidade de escolha do pior, isto é,  $p_1 = \lambda \cdot p_p$ . Desta forma, a probabilidade de escolha do  $i$ -ésimo indivíduo da população é dada por:

$$p_i = \gamma_i / \sum \gamma_r \quad r = 1, \dots, p \quad (3.20)$$

onde,  $\gamma_i$  é o valor do  $i$ -ésimo elemento de uma série aritmética decrescente, dada por:

$$\gamma_i = \lambda - (i - 1)(\lambda - 1)/(p - 1) \quad (3.21)$$

Esta técnica foi empregada pelo fato de que o valor da probabilidade de escolha de um indivíduo independe do valor de fitness, tornando-se mais rápida. E pelo fato de se vincular a escolha do indivíduo com a ordem que o mesmo ocupa na população, independente do valor do fitness e o processo de escolha continue dando ênfase aos melhores indivíduos mesmo que a população tenha se tornado mais homogênea em termos de ordem de grandeza (Mayerle, 1996).

### 3.3.6 Processo de reprodução de cromossomos (cruzamento)

A reprodução de cromossomos é realizada através da operação de cruzamento (*crossover*). Esta operação é aplicada em pares de cromossomos (*strings*) selecionadas de acordo com o descrito em 3.3.4. Através de um particionamento dos cromossomos e uma recombinação dessas partes, obtêm-se dois novos cromossomos que guardam as características dos cromossomos antecessores. A posição do particionamento é dada por um número aleatório, uniformemente distribuído, entre os  $n-1$  genes (cortes), onde  $n$  é o número de instalações, fazendo uma permuta entre os elementos da direita (ou esquerda) da posição escolhida, do primeiro cromossomo com os do segundo.

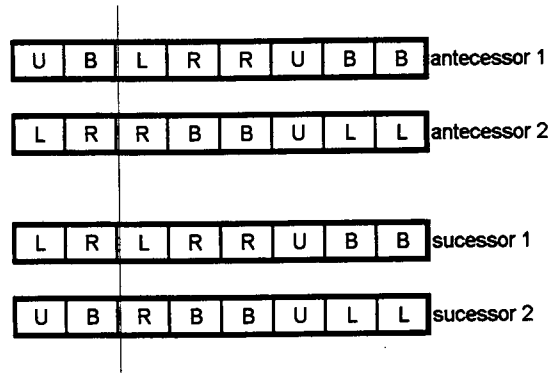


Figura 3.15: Exemplo do cruzamento entre duas soluções (*strings*)

### 3.3.7 Processo de mutação

O operador de mutação é visto como um mecanismo de preservação contra a perda eventual de informações genéticas relevantes. Através deste operador, informações que foram eliminadas da população poderão voltar a ser introduzidas em um indivíduo durante o processo de reprodução.

A taxa de mutação adotada é variável no decorrer da busca, sendo maior na medida em que se observa a tendência de convergência dos *fitness* dos indivíduos da população. A taxa de mutação é calculada pela expressão:

$$p_m = 0,01 / (1 - e^{-\Delta}) \quad (3.22a)$$

$$\text{onde: } \Delta = (f_p - f_l) / f_p \quad (3.22b)$$

Estas trocas, quando ocorrem, são realizadas após a operação de *crossover*. A cada gene do cromossomo, geram-se dois números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo [0,1], se o primeiro for menor que  $p_m$  transforma-se o operador de U para R, de B para L, de R para B ou de L para U. Se o segundo número gerado for menor que a razão de mutação, transforma-se o tipo de divisa de parede para corredor ou vice-versa.



### 3.4 ESTRATÉGIA DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO

A implementação computacional mostrou que o desempenho do algoritmo proposto se degrada muito rapidamente com o aumento do número de instalações, especialmente no caso do cálculo das distâncias entre instalações se realizar através de corredores. Para melhorar o desempenho do algoritmo, foi utilizada uma estratégia de dividir o processo de busca em duas etapas.

Numa primeira etapa, o algoritmo é aplicado realizando-se o cálculo das distâncias através da métrica retangular ou euclidiana, o que simplifica de modo significativo este processo de cálculo. Desta forma, sem considerar o efeito da estrutura dos corredores, obtém-se uma disposição preliminar para as instalações, de modo a manter juntas aquelas que apresentem entre si uma maior interação, e de modo a satisfazer as restrições de forma das instalações impostas pelo problema.

Na segunda etapa, a aplicação do algoritmo se dá considerando que todos os indivíduos da população terão uma estrutura de corte idêntica a da melhor solução obtida na primeira etapa. Em outras palavras, na primeira fase consideram-se apenas os tipos de cortes definidos pelo conjunto  $\{U, R, B, L\}$ , enquanto que na segunda fase cada corte passa a considerar duas possibilidades: cortes do tipo U passam a ter o conjunto de definição  $\{U, U^*\}$ ; cortes do tipo R passam a ter o conjunto de definição  $\{R, R^*\}$ ; cortes do tipo B passam a ter o conjunto de definição  $\{B, B^*\}$  e cortes do tipo L passam a ter o conjunto de definição  $\{L, L^*\}$ .

Considerando uma estratégia onde o problema é tratado em apenas uma fase, isto é, desde o início considerando a existência de corredores, ter-se-ia o conjunto de definição com os seguintes elementos  $\{U, R, B, L, U^*, R^*, B^*, L^*\}$ . Assim, na obtenção da solução para o problema de arranjo físico com corredor existiriam na ordem de  $8^{n-1}$  possíveis alternativas de combinação de corte, enquanto que considerando a estratégia de

dividir a busca em duas fases, ter-se-ia na ordem de  $4^{n-1}$  possíveis soluções para primeira fase e  $2^{n-1}$  possíveis soluções na segunda fase. No conjunto, esta estratégia resultaria em um universo de  $4^{n-1} + 2^{n-1}$  possíveis soluções a serem pesquisadas. Para exemplificar, num problema com 30 instalações tem-se um conjunto de  $8^{29}$  ( $1,54 \times 10^{26}$ ) combinações de corte para a estratégia uma única fase. No caso da estratégia de duas fases, tem-se  $4^{29} + 2^{29}$  ( $2,88 \times 10^{17}$ ) possíveis soluções. Apesar do número de soluções em potencial ainda ser grande, ele representa apenas uma pequena fração (na ordem de  $1/10^9$ ) do total existente no caso da estratégia de uma única fase.

Assim, apesar de se restringir a busca sobre um subconjunto de soluções, para casos onde o número de instalações cresce, esta é a única forma encontrada para obter-se uma solução satisfatória em um tempo computacional razoável.

A convergência do algoritmo é obtida na medida em que os diversos indivíduos da população apresentam as mesmas características. Isto pode ser evidenciado, por meio da comparação dos *fitness* do melhor e do pior indivíduo existente na população. Se a diferença entre os valores de *fitness* é inferior a um limite estipulado (1% neste trabalho) o processo finaliza. Se houver interesse em testar novos resultados, uma nova população poderá ser gerada, incluindo na mesma uma parcela dos melhores indivíduos encontrados na população anterior. Quando esta estratégia é realizada repetitivamente e não se observa nenhuma melhora nos resultados obtidos, a melhor solução é finalmente apresentada.

## **CAPÍTULO IV**

### **4. RESULTADOS**

#### **4.1. INTRODUÇÃO**

A dificuldade em comparar os resultados obtidos através do modelo proposto com os resultados obtidos pelos modelos existentes é que poucos consideram a existência de corredores, e quando consideram, não levam em conta as restrições de forma. No modelo proposto, a introdução de corredores se dá a partir da segunda fase, conforme a estratégia comentada em 3.4. Para fins de comparação, foi desenvolvido um protótipo que considera o modelo proposto por Tam (1992b), sem levar em conta a restrição de espaços ocupados. Neste protótipo, o algoritmo genético considerado foi o mesmo do modelo proposto, já que no trabalho publicado por Tam, não são abordados detalhes da implementação computacional.

Os testes realizados foram feitos no sentido de se obter resultados comparativos quanto à forma e ao custo, e quanto à eficiência do algoritmo de busca utilizado.

## 4.2 EXPERIMENTO

Os resultados comparativos foram obtidos de dez simulações, realizados para cada problema<sup>6</sup> (com 12, 15, 20 e 30 instalações), utilizando como matriz de fluxo os dados do trabalho de Nugent et al (1968) e como áreas e razão de forma os dados extraídos do trabalho de Tam (1992b), conforme tabelas dos anexos B e C.

Ambos os modelos foram implementados na linguagem Delphi 2.0 da Borland, utilizando um computador PC-486, DX2-66.

Em termos básicos, a primeira fase do modelo proposto e o modelo apresentado por Tam, se diferenciam quanto à obtenção da estrutura de árvore de corte. Enquanto o método de Tam (ST2) utiliza o esquema de *average linkage*, o modelo proposto (ST1) usa um esquema modificado gerado a partir do esquema de *average linkage*.

O tamanho da população usado nos experimentos realizados foi de 100 cromossomos iniciais gerados aleatoriamente. No processo iterativo do algoritmo genético, quando a diferença relativa entre a melhor e a pior solução alcançava valores inferiores a 1%, realizava-se uma renovação em 97% da população, mantendo-se uma parcela compreendida pelos 3% das melhores soluções obtidas até então. Desta forma procurou-se perpetuar as características existentes nas melhores soluções dentro da nova população.

Na avaliação do *fitness*, foi utilizado um fator de penalidade de forma igual a 1.000 (veja a equação 3.19). O número de iterações realizada foi de 50.000 e 2.000, para a primeira e segunda fase respectivamente. Estes limites no número de iterações foram

---

<sup>6</sup> Os testes realizados foram limitados a problemas com 12, 15, 20 e 30 instalações, pois foram os únicos encontrados na literatura com definição de áreas e razão de forma. Os demais problemas só apresentavam a matriz de fluxo mesmo os que consideraram a existência de corredores.

considerados de forma arbitrária por se tratar de um tempo de processamento razoável (menos que 30 minutos) e apresentar resultados bastante satisfatório em termos do valor do *fitness*.

A avaliação de forma do arranjo físico foi feita através do erro percentual ocorrido na razão de forma. Para tanto, foi estabelecida uma distribuição de frequência acumulada, para valores de erro variando de 0% a 100%, em classes de amplitude de 10%, para cada método (ST1 e ST2) e problema testados.

Os valores de custos (momento de transporte), também foram registrados para cada simulação realizada. São também apresentadas estatísticas destas soluções, tais como o valor máximo e mínimo obtido para cada instância de problema, a solução média e o desvio padrão ocorrido entre as soluções obtidas.

Através de gráficos apresenta-se, também, o comportamento do algoritmo genético em relação ao custo e *fitness* para as melhores soluções de cada problema.

#### **4.3 CONVERGÊNCIA DO PROCESSO**

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos, tanto no que diz respeito a razão de forma das instalações quanto ao valor do momento de transporte.

Quanto a forma, apresenta-se na Quadro 4.1, para cada problema testado, o número total de instalações com erro igual ou inferior a um erro percentual dado. Os dados tabulados no referido Quadro estão representados graficamente nas figuras 4.1 a 4.4.

Quadro 4.1: Distribuição acumulada do número de instalações por procedimentos e erro (%) na razão de forma.

%	Número de Instalações							
	12		15		20		30	
	ST1	ST2	ST1	ST2	ST1	ST2	ST1	ST2
0	3	4	5	2	3	3	12	8
10	3	7	5	6	7	4	16	12
20	5	7	7	8	9	7	18	14
30	8	8	7	11	13	7	22	18
40	8	11	10	12	17	12	25	22
50	9	11	13	13	19	15	28	27
60	10	11	14	15	19	17	30	28
70	11	11	15	15	20	18	30	30
80	12	11	15	15	20	20	30	30
90	12	12	15	15	20	20	30	30
100	12	12	15	15	20	20	30	30

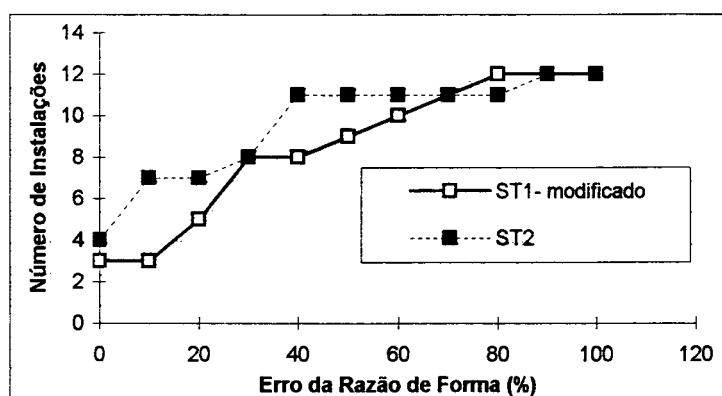


Figura 4.1: Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da razão de forma (%), para arranjo físico com 12 instalações.

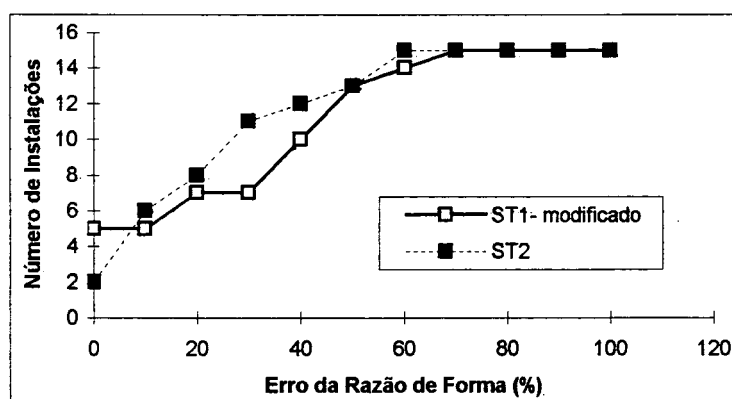


Figura 4.2: Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da razão de forma (%), para arranjo físico com 15 instalações.

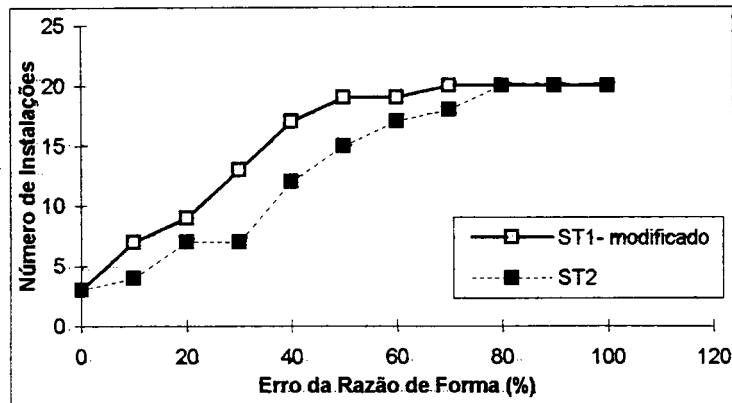


Figura 4.3: Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da razão de forma (%), para arranjo físico com 20 instalações.

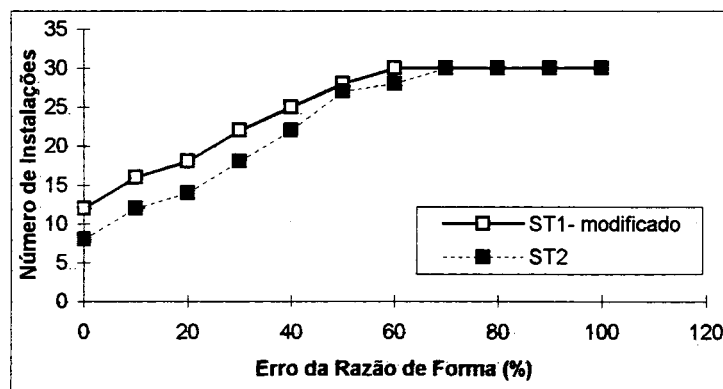


Figura 4.4: Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da razão de forma (%), para arranjo físico com 30 instalações.

Quanto ao custo, para o problema com 12 instalações, as respostas obtidas por experimento, foram todas iguais e seus valores de custo de transporte da primeira e segunda fase são respectivamente: 5509,74 e 6969,97 com ST1 e 5210,74 e 6269,36 com ST2.

Para os demais experimentos os resultados estão apresentados nos quadros abaixo.

Quadro 4.2: Momento de transporte obtidos em arranjo físico de 15 instalações

No.	ST1		ST2	
	Fase 1	Fase 2	Fase 1	Fase 2
1	9651.77	11708.23	9152.47	10932.53
2	9426.05	11492.42	9152.47	10932.53
3	9426.05	11492.42	8945.02	10676.95
4	10583.54	13181.31	9152.47	10932.53
5	10606.71	13057.6	9152.47	10932.53
6	10560.9	12454.64	9152.47	10932.53
7	9651.77	11708.23	9152.47	10932.53
8	10132.76	12526.38	9152.47	10932.53
9	10198.68	12137.95	9152.47	10932.53
10	11108.72	13120.63	9152.47	10932.53
min	9426.05	11492.42	8945.02	10676.95
max	11108.72	13181.31	9152.47	10932.53
média	10134.7	12287.98	9131.73	10906.97
desvio padrão	550.41	642.56	62.23	76.67

Quadro 4.3: Momento de transporte obtidos em arranjo físico de 20 instalações

No.	ST1		ST2	
	Fase 1	Fase 2	Fase 1	Fase 2
1	21467.07	26609.15	21068.92	25102.78
2	21581.21	26871.46	21044.11	24754.72
3	23072.66	28094.83	21412.34	25247.6
4	21821.98	26628.25	21044.11	24754.72
5	20518.99	25051.46	21232.02	26087.42
6	21662.68	27083.57	21190.53	24985.37
7	22307.65	26485.89	20730.36	25259.85
8	20488.33	24917	21044.11	24754.72
9	20638.2	25715.83	20612.56	24612.56
10	22452.81	28456.07	21334.16	24983.29
min	20488.33	24917	20612.56	24612.56
max	23072.66	28456.07	21412.34	26087.42
média	21601.16	26591.35	21071.32	25054.3
desvio padrão	824.47	1096.01	235.45	402.92



Quadro 4.4: Momento de transporte obtidos em arranjo físico de 30 instalações

No.	ST1		ST2	
	Fase 1	Fase 2	Fase 1	Fase 2
1	46570.96	55620.18	45202.23	54090.8
2	45761.17	55185.56	45053.87	54388.67
3	50972.87	61535.13	45312.84	54513
4	51248.28	62632.75	45579.37	53901.93
5	46551.69	55766.87	44983.63	53469.55
6	46818.74	56174.42	46333.87	55802.55
7	46598.63	56225.82	46001.71	56307.76
8	48951.22	59800.02	44337.69	53642.29
9	44165.95	52576.11	46583.03	56112.92
10	47840.01	58561.29	44151.69	53184.23
min	44165.95	52576.11	44151.69	53184.23
max	51248.28	62632.75	46583.03	56307.76
média	47547.95	57407.82	45353.99	54541.37
desvio padrão	2132.78	2974.53	753.09	1077.75

Para mostrar a eficiência (robustez) do algoritmo genético na busca de melhores soluções, são apresentados os resultados das duas fases do modelo proposto (ST1), da melhor solução de cada experimento.

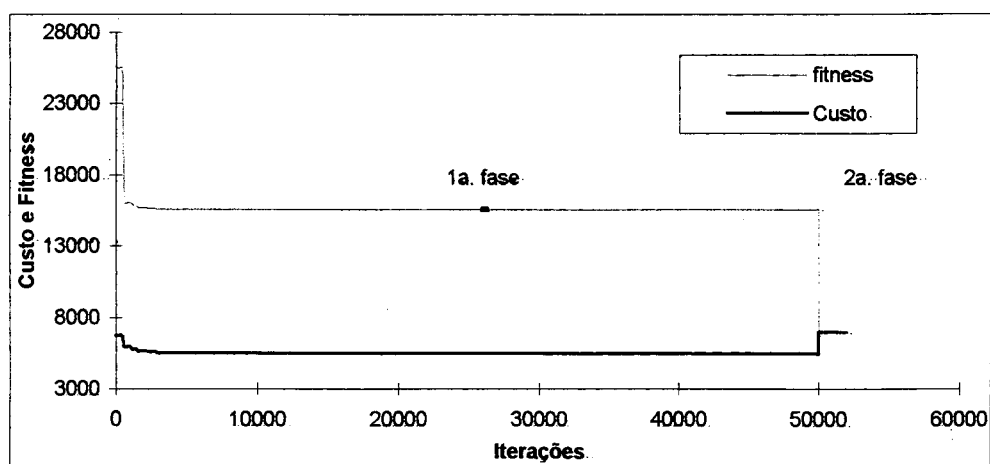


Figura 4.5: Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para arranjo físico com 12 instalações.

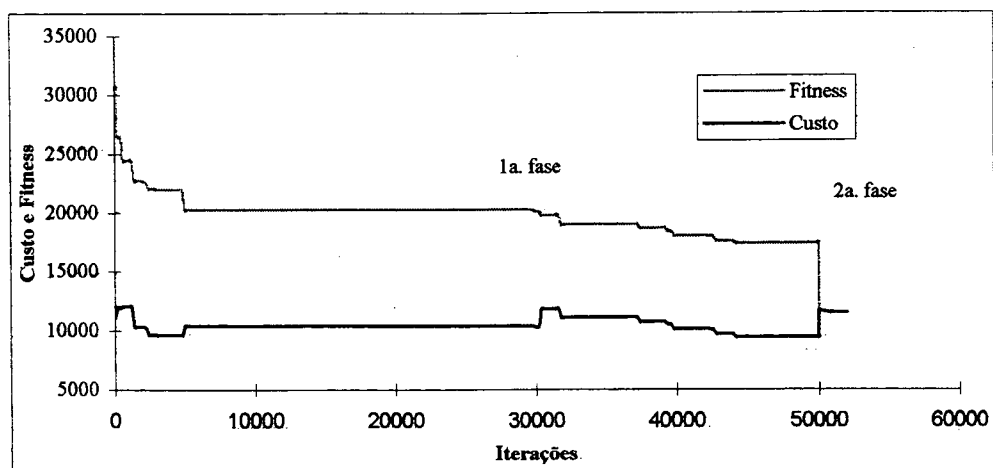


Figura 4.6: Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para arranjo físico com 15 instalações.

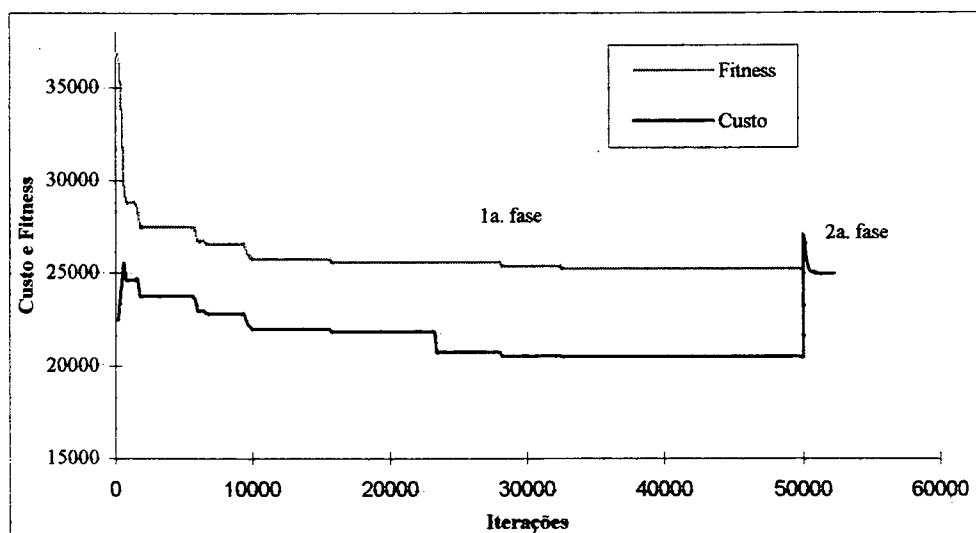


Figura 4.7: Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para arranjo físico com 20 instalações.

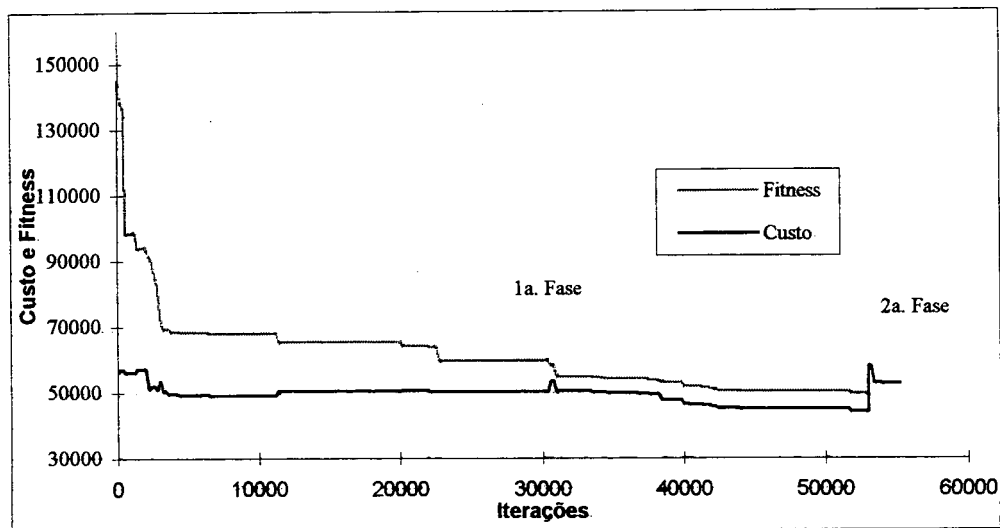


Figura 4.8: Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para arranjo físico com 30 instalações.

## 4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise dos resultados foi realizada tendo em vista a razão de forma obtida para as instalações e o custo de transporte associado (momento de transporte). Para comparação dos resultados sob um enfoque mais abrangente, foi realizada uma análise conjunta dos resultados e apresentados graficamente os resultados obtidos (arranjo físico).

### 4.4.1 Quanto à forma

Verifica-se, uma tendência de melhora na razão de forma, em favor do modelo proposto ST1, na medida em que o número de instalações tende a aumentar, conforme pode ser observado no gráfico da figura 4.9

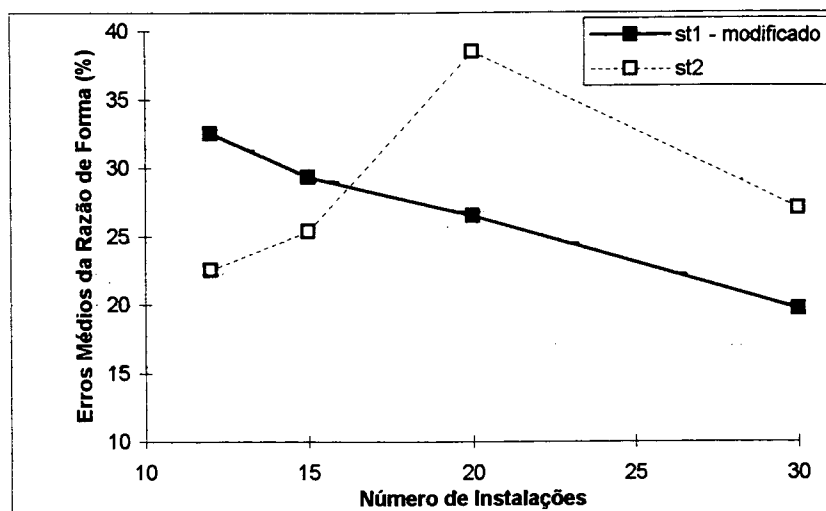


Figura 4.9. Comparação entre erros médios das razões de forma.

Para avaliar se esta tendência é estatisticamente significativa, foi utilizado o teste t-student da diferença de médias para amostras independentes a um nível de significância de 5% ( $p < 0,05$ ).

Pelos resultados apresentados no quadro 4.5, obtidos através do software STATISTICA, tais tendências são confirmadas, ou seja, existe uma superioridade para a heurística ST2, do modelo de Tam, na solução dos problemas de 12 e 15 instalações, enquanto que para os problemas de 20 e 30 instalações a superioridade é para a heurística ST1, do modelo proposto, caracterizada nos resultados pela troca de sinal no valor de t.

Quadro 4.5: Valores de média, desvio padrão e estatísticas obtidos com a aplicação de ST1 e ST2, para os vários problemas.

	12 instalações		15 instalações		20 instalações		30 instalações	
	ST1	ST2	ST1	ST2	ST1	ST2	ST1	ST2
média	32,50	22,50	29,33	25,33	26,50	38,50	19,67	27,00
desvio-padrão	27,34	27,01	24,92	19,95	19,27	25,19	20,92	22,92
t	0,90128		0,4853		-1,69216		-1,294349	
p	0,3772		0,63124		0,0988		0,200674	

#### 4.4.2 Quanto ao custo

O gráfico da figura 4.10, mostra que existem diferenças nos custos, em cada fase, da aplicação das heurísticas. Para a leitura do gráfico abaixo deve-se levar em consideração que: as duas primeiras retas representam a primeira fase para as heurísticas st1 e st2 enquanto as outras duas retas caracterizam a segunda fase.

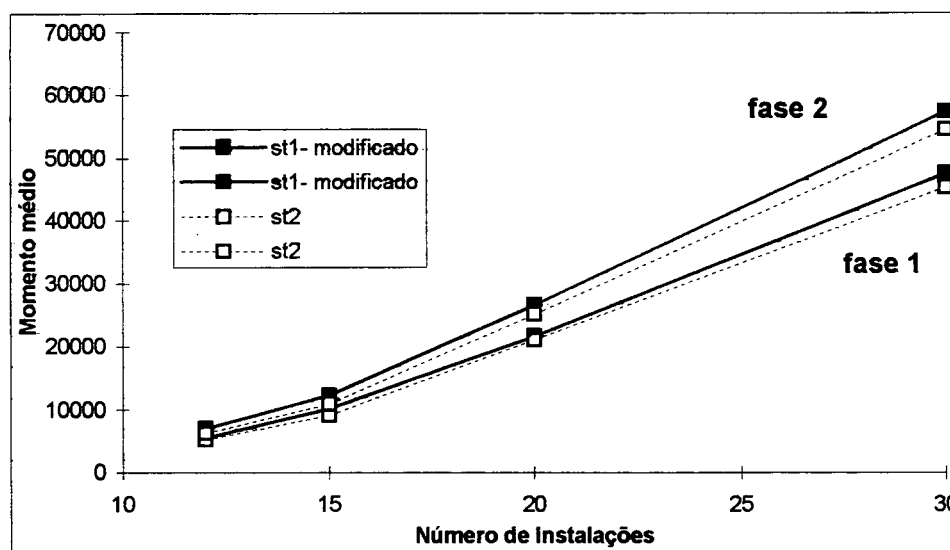


Figura 4.10. Comparação entre os custos médios de transporte determinados por ST1 e ST2 na primeira e segunda fase.

Para avaliar se a variabilidade ocorrida nos custos é estatisticamente significativa, foi aplicado o teste t-student nos custos obtidos em cada fase, conforme os quadros 4.2 a 4.4. Os resultados dos testes foram apresentados nos quadros 4.6 e 4.7 e indicam que as diferenças existentes só são significantes para o problema de 20 instalações na primeira fase pois  $p = 0,08 > 0,05$ . Nos demais casos não são significantes estatisticamente.

Quadro 4.6: Valores de média, desvio padrão e estatísticas obtidos com a aplicação da primeira fase de ST1 e ST2, para os vários problemas.

	15 instalações		20 instalações		30 instalações	
	ST1	ST2	ST1	ST2	ST1	ST2
média	10134,70	9131,73	21601,16	21071,32	47547,95	45353,99
desvio-padrão	580,18	65,60	869,06	248,18	2248,15	793,82
t	5,43205		1,85381		2,90997	
p	0,00004		0,08023		0,00934	

Quadro 4.7: Valores de média, desvio padrão e estatísticas obtidos com a aplicação da segunda fase de ST1 e ST2, para os vários problemas.

	15 instalações		20 instalações		30 instalações	
	ST1	ST2	ST1	ST2	ST1	ST2
média	12287,98	10906,97	26591,35	25054,30	57407,82	54541,37
desvio-padrão	677,32	80,82	1155,30	424,72	3135,43	1136,05
t	6,40227		3,94882		2,71807	
p	0,00000		0,00094		0,0141	

#### 4.4.3 Análise conjunta

Pelos resultados obtidos observou-se que quanto à forma, o modelo de Tam é mais eficiente para problemas de 10 e 15 instalações enquanto o modelo proposto se mostra mais eficiente para problemas de 20 e 30 instalações. Portanto, dada a complexidade do problema e dos custos envolvidos no desenvolvimento de um projeto, sugere-se a aplicação dos dois modelos e uma posterior análise visual nos arranjos físicos resultantes para se obter uma boa solução, já que a solução é encontrada através de um procedimento heurístico e não se pode garantir que seja a melhor solução. Outro fator que leva a resultados diferentes é por se estar tratando de duas medidas de avaliação conflitante, que são traduzidas pelas restrições de forma das instalações e pelas distâncias entre elas.

Para as restrições de forma observou-se que nem sempre são possíveis de serem atendidas. Por exemplo, considere um problema hipotético onde se tenha duas instalações com áreas de 10 e 100 m<sup>2</sup> respectivamente e ambas com razão de forma igual a um (forma quadrada) e que tais instalações devem ser alocadas num retângulo cuja razão de forma seja 0,5. Como pode-se ver na figura 4.11, tal solução se torna inviável devido a restrição de forma da área onde devem ser alocadas as instalações.

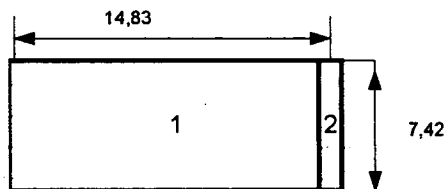


Figura 4.11: Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de 2 instalações.

Ainda quanto à restrição de forma, outro ponto importante a ressaltar é que, aceitar um erro de 20% na razão de forma aparenta ser um valor muito grande, acaba sendo um valor tolerável na prática. Para exemplificar, considere-se uma área de 100 m<sup>2</sup> com razão de forma um (um quadrado) e que apresente no arranjo físico final as dimensões 9,09 x 11 ao invés do esperado 10x10. Tal resultado corresponde a um erro de 21% na razão de forma. A figura 4.12 apresenta as soluções e nela pode-se observar que tal erro pode ser tolerável.

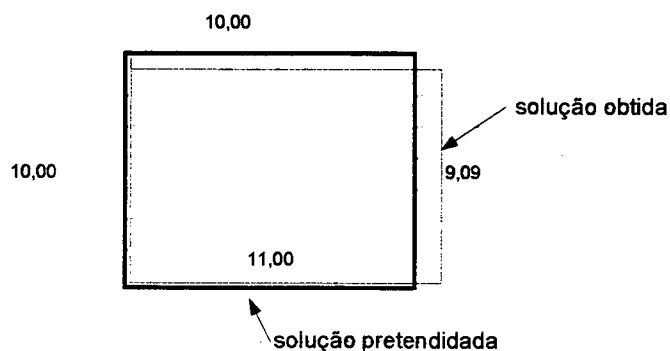


Figura 4.12: Figura que exemplifica um erro de 21% na razão de forma.

Em relação aos custos observou-se um acréscimo na segunda fase, porque a distância considerada no cálculo do momento de transporte não é só retangular, nos casos onde as instalações não são adjacentes, as distâncias são calculadas pelos menores deslocamentos passando pelos eixos dos corredores. Na segunda fase do modelo o algoritmo genético identifica quando a redução de custos compensa os afastamentos entre instalações, ou seja, quando se deve colocar um corredor.

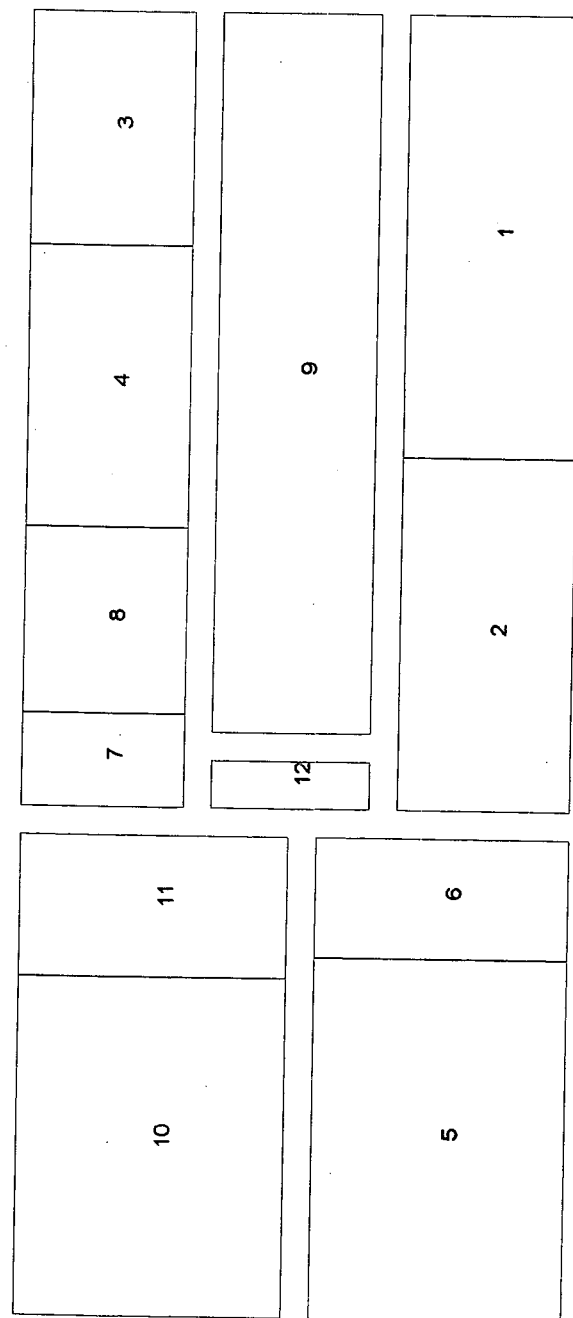
Ainda quanto aos custos, os resultados mínimos obtidos pelos modelos são melhores que os apresentados por Tam (1992b) que podem ser vistos no quadro 3.3.

Outro ponto a ser ressaltado é em relação à árvore gerada inicialmente na solução do problema. Esta estrutura de árvore marca algumas características no arranjo físico final que o algoritmo genético não pode modificar. Uma delas é a apresentada na figura 4.18 onde as instalações 17 e 18 tiveram uma das dimensões igual a extensão do arranjo físico final, ficando com a outra dimensão reduzida, o que inviabiliza o atendimento a restrição de forma. Tal problema se verifica quando na estrutura da árvore gerada apenas as duas instalações situam-se num dos ramos do nó raiz, que motivou a modificação proposta ST1 no esquema de *average linkage* ST2.

#### **4.4.4 Resultados gráficos**

Nas figuras 4.13 a 4.20 podem ser observados os arranjos físicos obtidos para os diversos problemas apresentados, considerando as heurísticas de construção de árvores de corte ST1 e ST2. Nestas figuras ficam caracterizadas a localização de cada instalação, bem como a existência de corredores conectando as mesmas. Os resultados apresentados correspondem aos arranjos físicos gerados a partir da melhor solução obtida para cada problema.

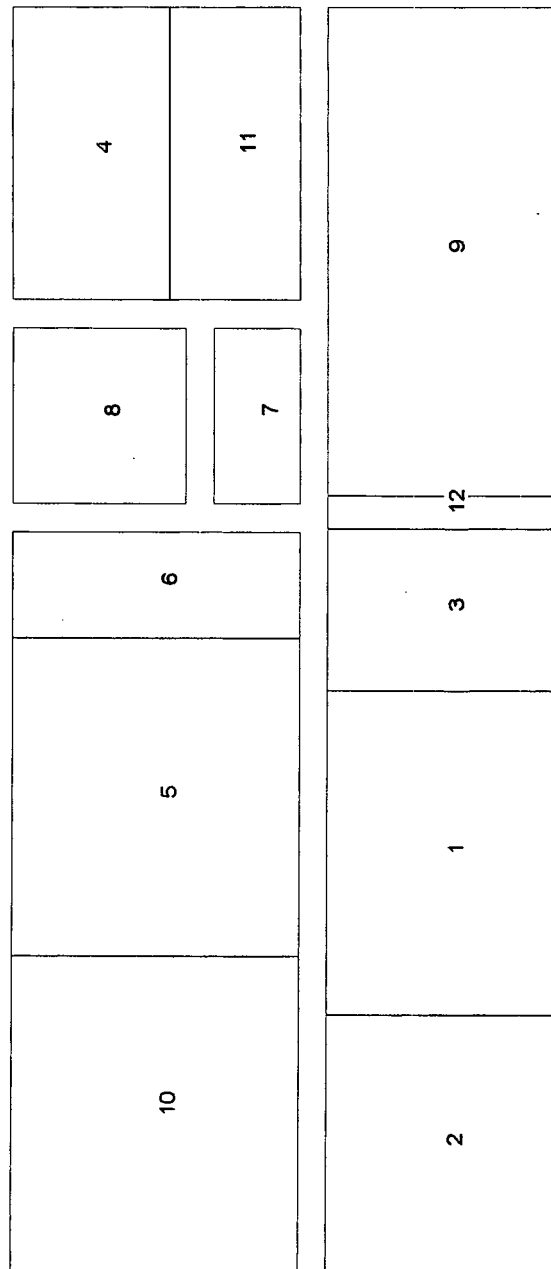




Custo = 6.969,97

- - viola a restrição da razão de forma
- - satisfaz a restrição da razão de forma

Figura 4.13: Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de 12 instalações.



Custo = 6.269,36

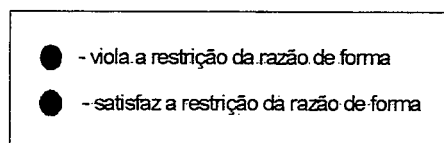
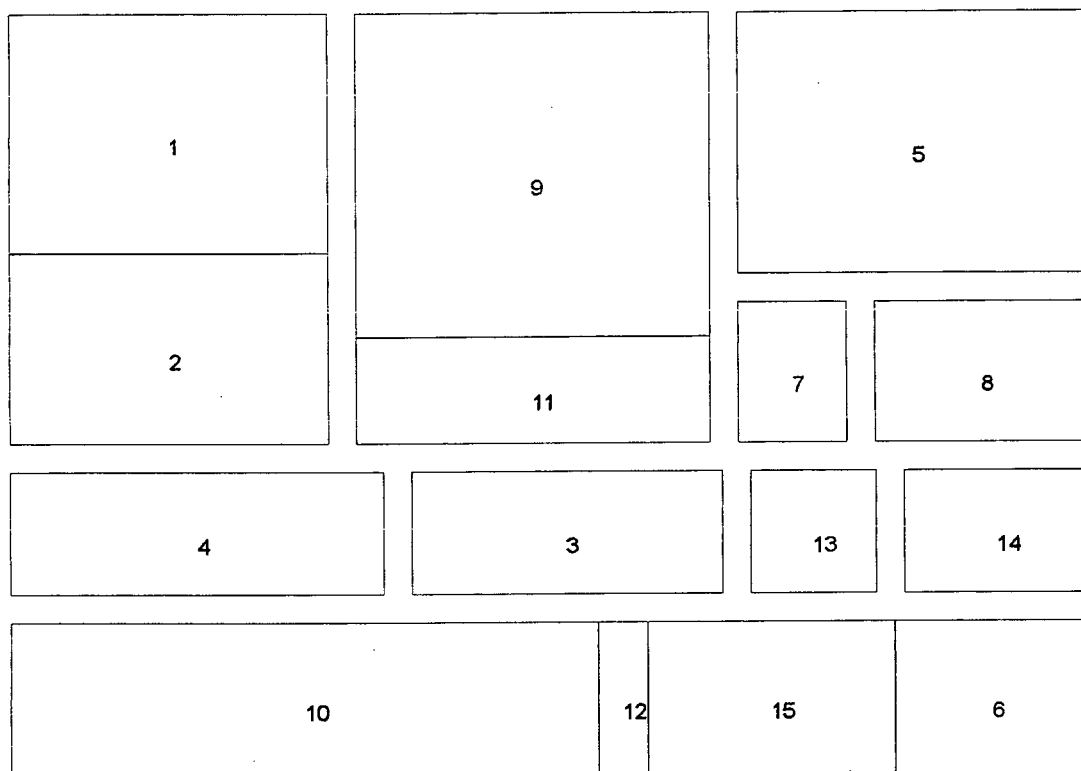


Figura 4.14: Arranjo físico obtido com a heurística ST2 para o problema de 12 instalações.



Custo = 11.492,42

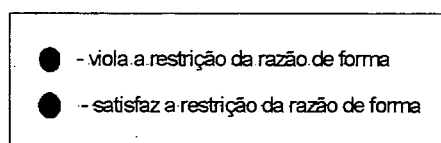
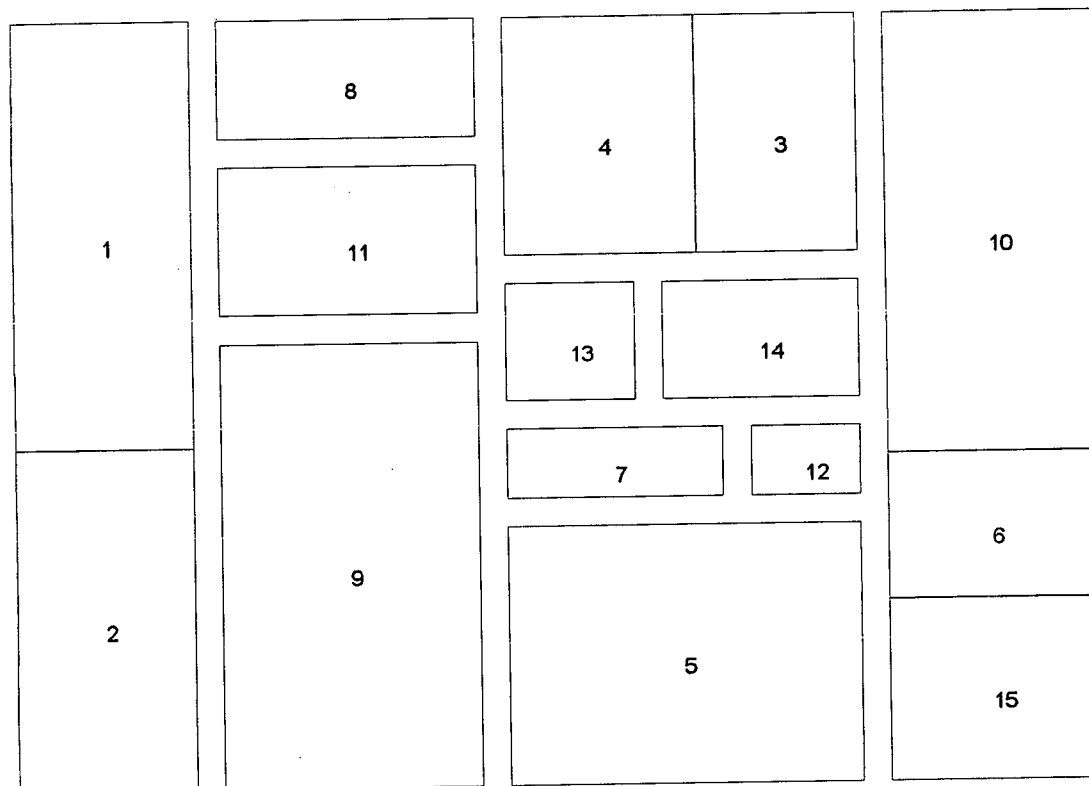


Figura 4.15: Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de 15 instalações.



Custo = 10.676,95

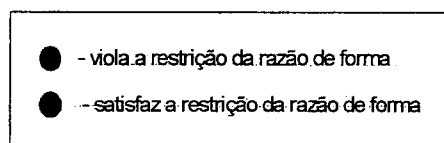


Figura 4.16: Arranjo físico obtido com a heurística ST2 para o problema de 15 instalações.

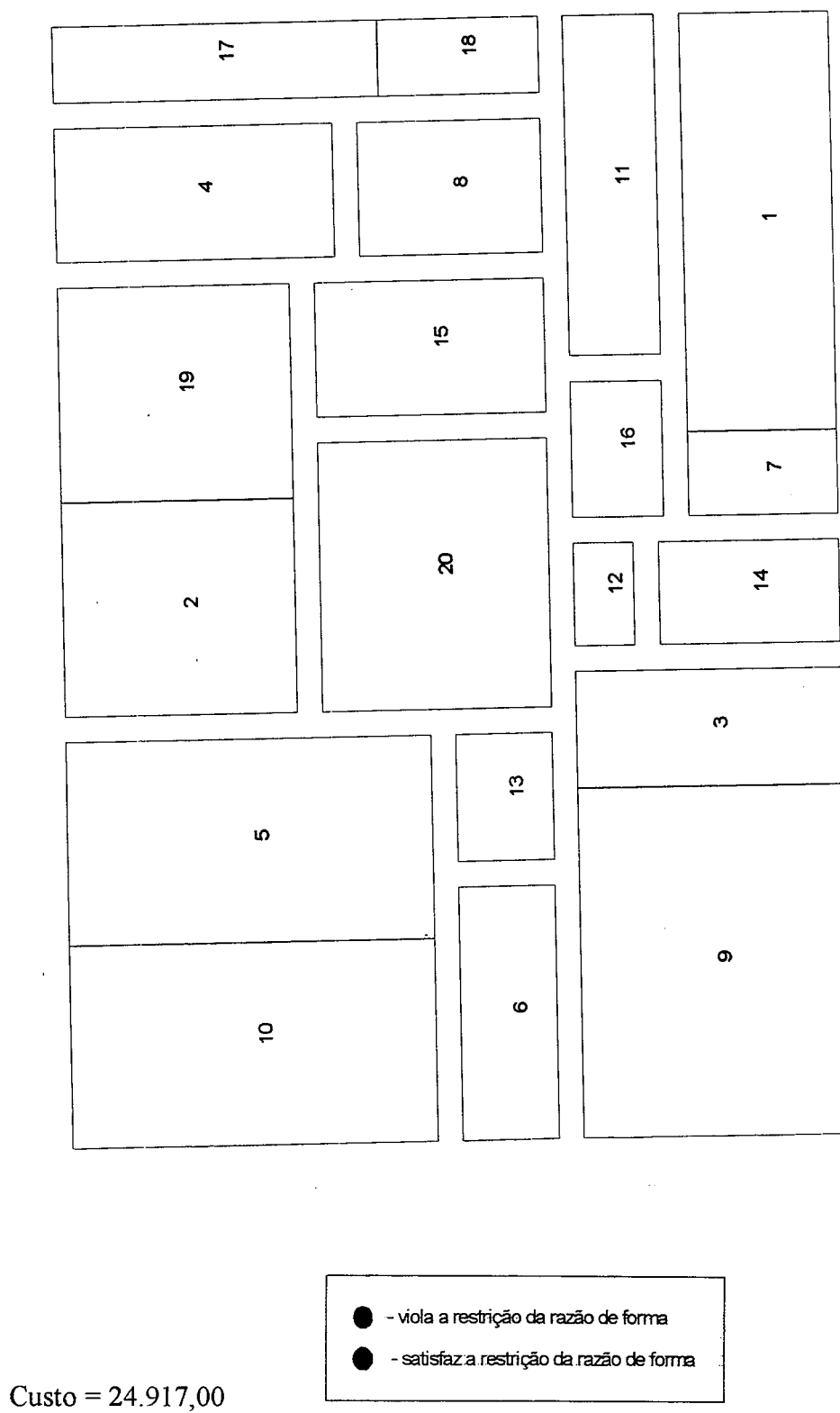
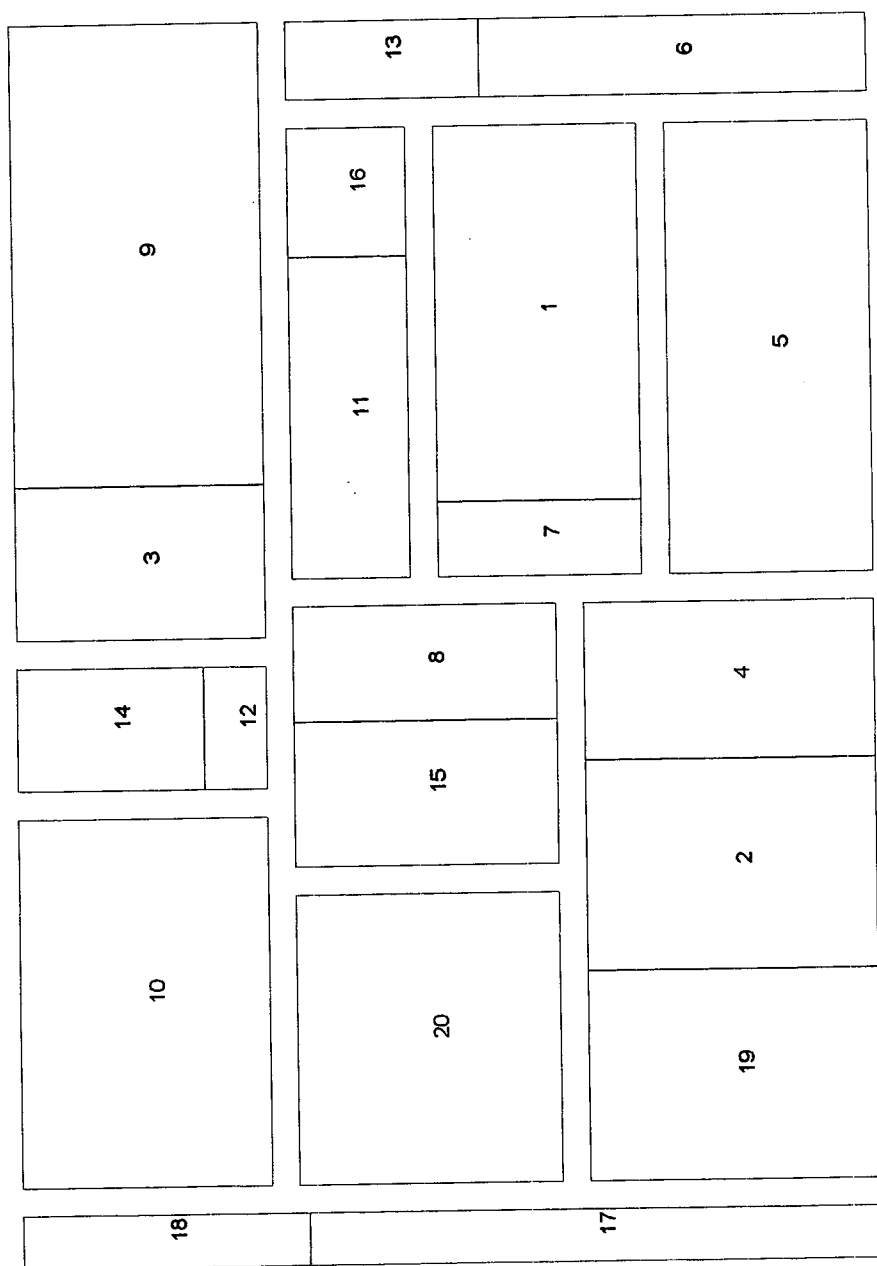


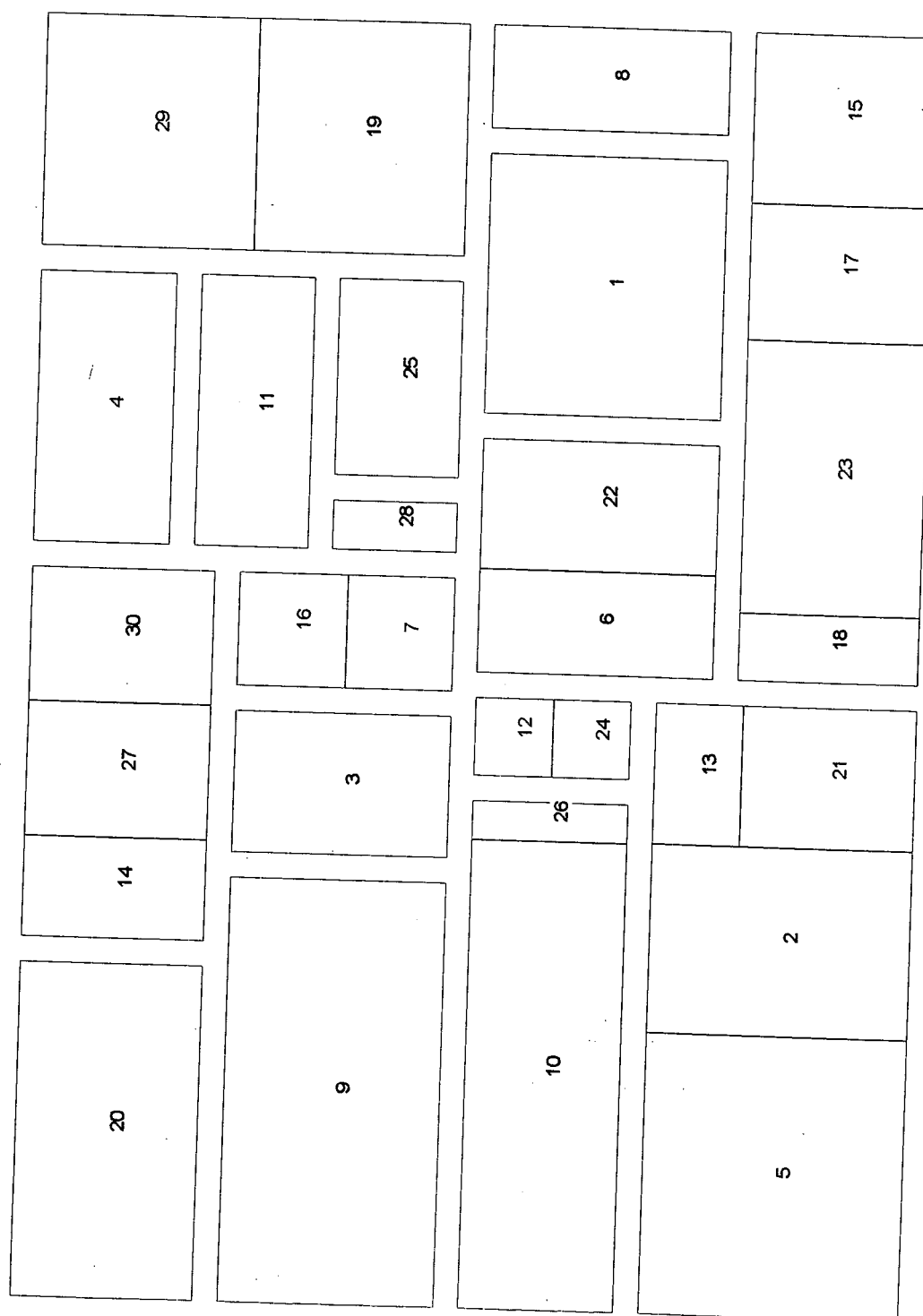
Figura 4.17: Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de 20 instalações.



- - viola a restrição da razão de forma
- - satisfaz a restrição da razão de forma

Custo = 24.612,56

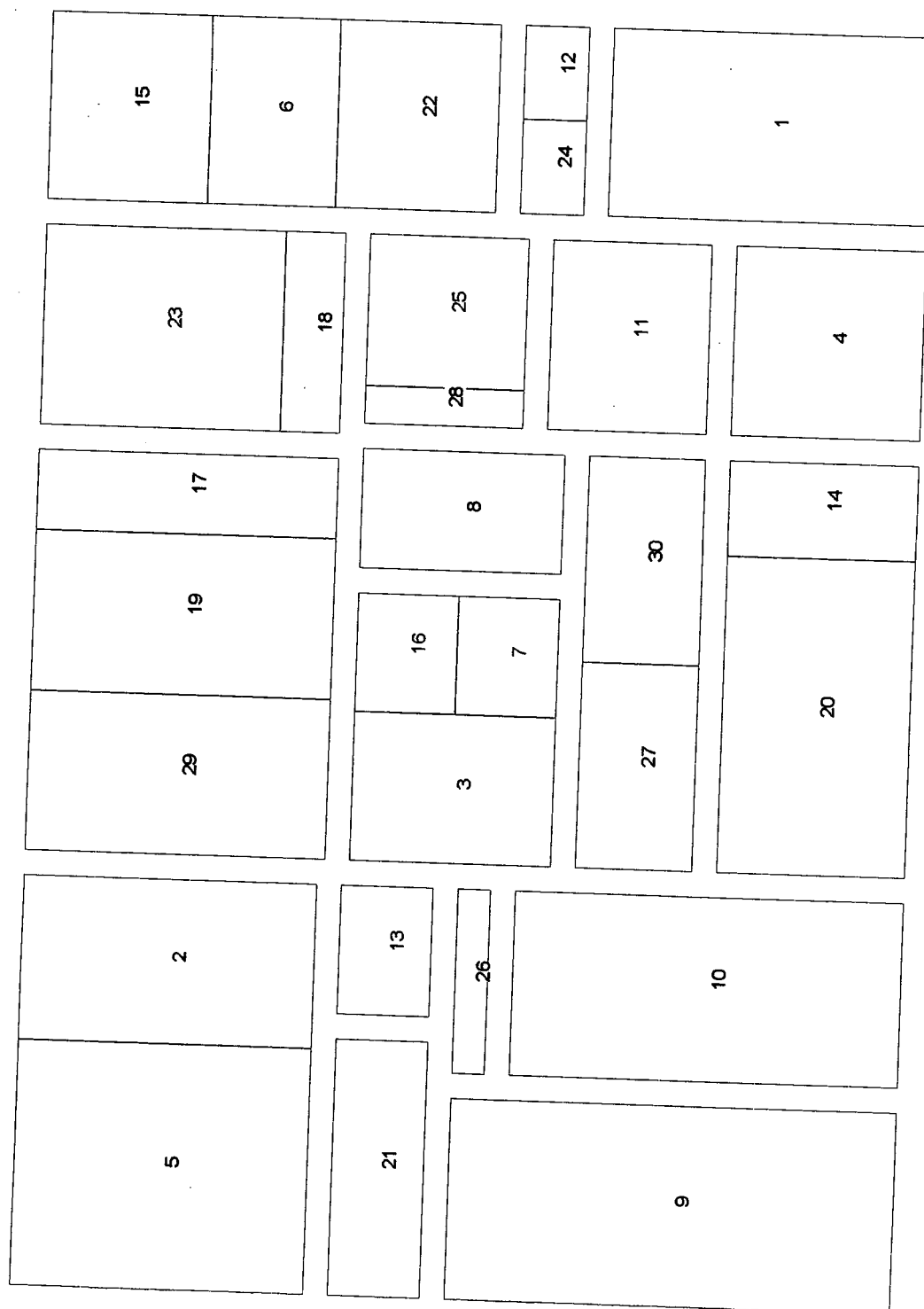
Figura 4.18: Arranjo físico obtido com a heurística ST2 para o problema de 20 instalações.



Custo = 52.576,11

- - viola a restrição da razão de forma
- - satisfaz a restrição da razão de forma

Figura 4.19: Arranjo físico obtido com a heurística ST1 para o problema de 30 instalações.



- - viola a restrição da razão de forma
- - satisfaz a restrição da razão de forma

Custo = 53.184,23

Figura 4.20: Arranjo físico obtido com a heurística ST2 para o problema de 30 instalações.



#### 4.5 RESULTADOS OBTIDOS PARA O PROBLEMA DE 30 INSTALAÇÕES (SEM LIMITAÇÃO NO NÚMERO DE ITERAÇÕES)

Para uma análise do modelo proposto, resolveu-se o problema com 30 instalações sem limitação no número de iterações, obtendo-se para momento de transporte os valores 45.053,93 e 53.457,07 para a primeira e segunda fase respectivamente, que podem ser vistos no gráfico abaixo. Observa-se que os resultados não variaram muito com o aumento do número de iterações em ambas as fases de solução, resultando boas soluções com um número limitado de iterações, o que depende das restrições do problema..

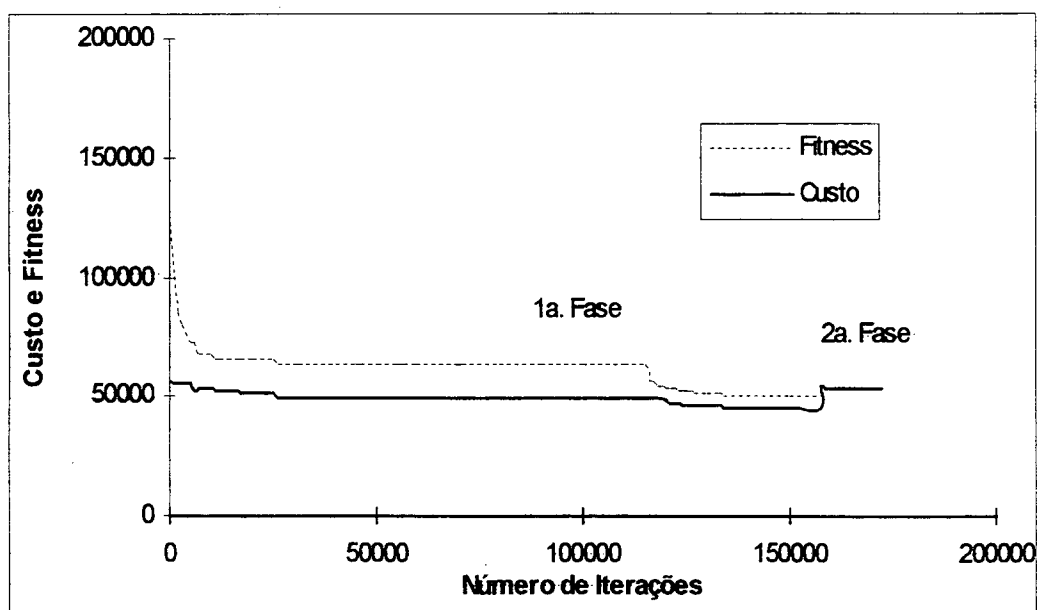


Figura 4.21: Gráfico da variação do custo em relação ao número de iterações, para arranjo físico com 30 instalações.

Os resultados obtidos para razão de forma indicam que houve uma melhora de forma no arranjo físico obtido na segunda fase do modelo, conforme o gráfico da figura 4.22.

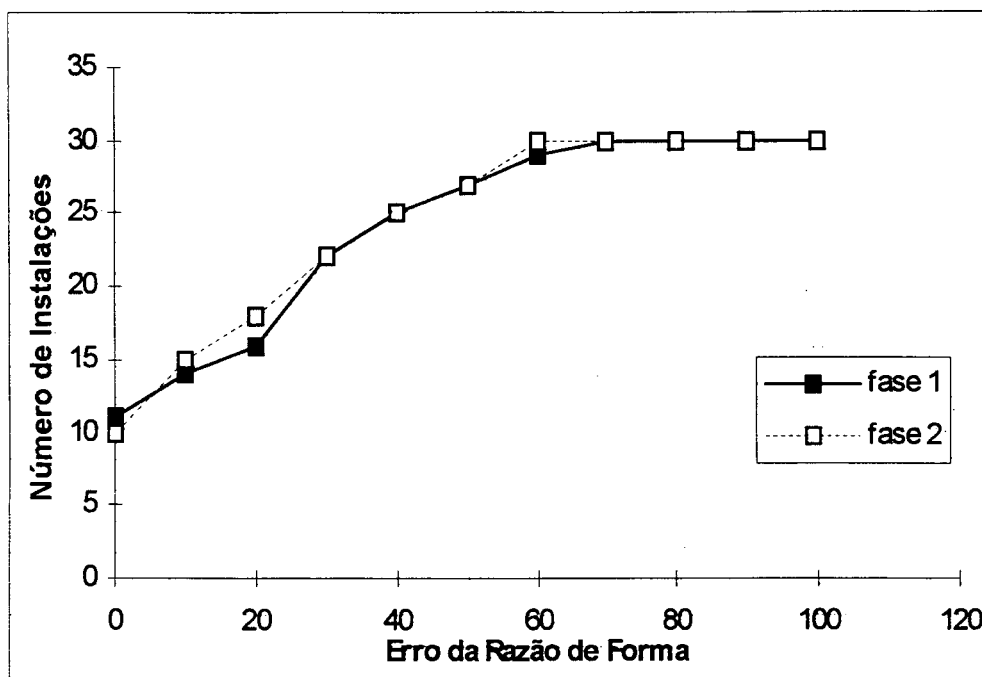
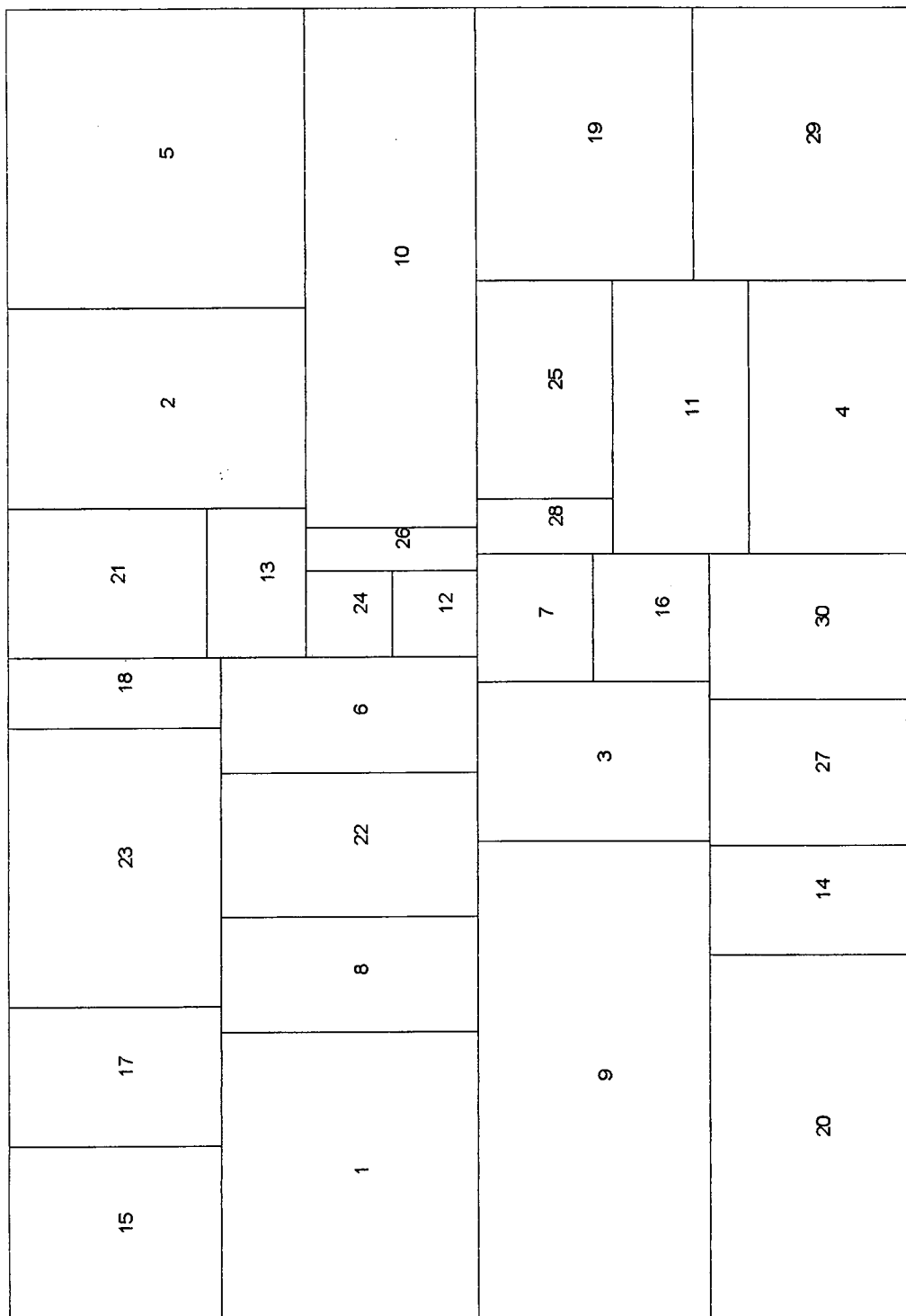


Figura 4.22: Gráfico da distribuição acumulada do número de instalações por erro da razão de forma (%), para arranjo físico com 30 instalações.

Apresenta-se a seguir, os resultados obtidos na primeira e segunda fase, que indicam uma tendência de tratamento colocando instalações de menor dimensão próximas e centrais, circundando-as com as de maior área. Também, não deixando blocos de instalações com dimensões muito estreitas, o que inviabiliza um melhor aproveitamento da instalação.

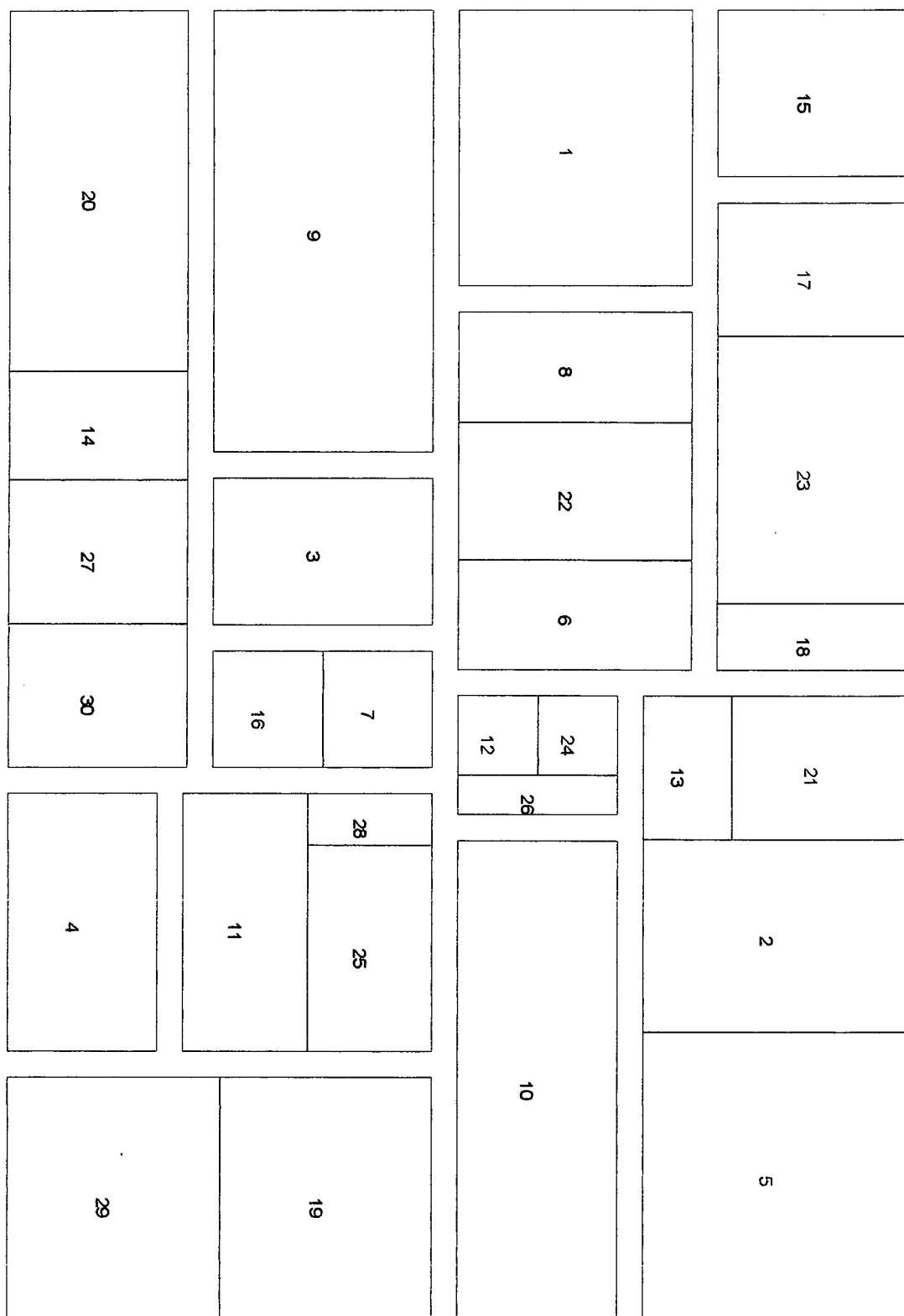
No arranjo físico final com corredor, como dito anteriormente, faz-se uma análise visual na figura e com alguns ajustes obtém-se um arranjo físico mais adequado. Para exemplificar, o corredor existente entre as instalações 15 e 17 pode ser eliminado (ver fig. 4.24), esta área será distribuída entre as instalações adjacentes de tal forma que as instalações 15 e 18 possam satisfazer a razão de forma. Outra modificação que pode ser realizada, é entre instalações adjacentes que não satisfaçam as restrições de forma, pode-se a partir de uma análise visual de ocupação redistribuir os espaços entre elas.



Custo = 45.053,93

- - viola a restrição da razão de forma
- - satisfaz a restrição da razão de forma

Figura 4.23: Arranjo físico obtido com a heurística ST1 (modelo proposto) na primeira fase, para o problema de 30 instalações.



- - viola a restrição da razão de forma
- - satisfaz a restrição da razão de forma

Custo = 53.457,07

Área total: 1833,22.m2    dimensões: 57,18.X 35,82 m    esc. 1.: 250

Figura 4.24: Arranjo físico obtido com a heurística ST1 (modelo proposto) na segunda fase, para o problema de 30 instalações.

## CAPÍTULO V

### 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

#### 5.1 CONCLUSÕES

Na execução deste trabalho foram apresentadas algumas contribuições tanto do ponto de vista teórico quanto prático.

Do ponto de vista teórico foram consideradas:

- a formulação de um modelo para a solução do problema de arranjo físico de instalações interligadas por corredores, pois os modelos sugeridos na literatura utilizam o método construtivo, sem se preocuparem por uma solução de melhor qualidade através da otimização;

- a modificação no esquema de *average linkage* com o objetivo de obter estruturas de árvore binária mais homogêneas e com o objetivo de obter boas soluções iniciais, e assim melhorar a eficiência do método para algumas classes de problemas.

Foi realizada uma modificação no intervalo de variação da razão de forma, proposto por Tam (1992b), com o objetivo de melhorar a qualidade do arranjo físico final;

Do ponto de vista prático (de resultados) obteve-se:

- arranjo físico resultantes com uma melhor qualidade na forma das instalações, para problemas de 20 e 30 instalações;

- minimização no momento de transporte e no número de erros na razão de forma levando ao arranjo físico que apresente ganho na qualidade, redução de custos de movimentação de materiais e de estoques dos materiais em processamento.

Do ponto de vista do comportamento das soluções observou-se que:

- as instalações com menor área se posicionam mais centralizadas na região plana, e as de maior área distribuem-se ao redor destas. Isto ocorre para que se reduza as distâncias entre instalações que influenciam no resultado do momento de transporte;

- outra observação de comportamento das soluções, é que para problemas sem restrição de forma, as soluções tendem a reduzir uma das dimensões da instalação, de forma a reduzir as distâncias entre as mesmas;

- como os problemas de arranjo físico se caracterizam como problemas combinatórios, e estes por sua vez necessitam que um número muito grande de soluções sejam analisadas, foi necessário para utilizar o modelo proposto uma estratégia que limitasse o tempo de solução;

- para aplicar o modelo sem a estratégia proposta em problemas com 30 ou mais variáveis, será necessário um avanço na tecnologia dos computadores quanto a capacidade de memória e velocidade;

- a idéia de área ocupada conforme proposta no trabalho de Tam (1992b) não foi utilizada, pois é conflitante a um dos objetivos do trabalho o de encontrar arranjo físico de melhor qualidade, ou que atendam às restrições de forma;

## **5.2 RECOMENDAÇÕES**

As recomendações são no sentido de melhorar as limitações impostas na aplicação do modelo proposto, que foram as seguintes:

- adequar o modelo para ser aplicado para mais de um pavimento;

- considerar a largura dos corredores diferenciados;
- prever no modelo eventuais conflitos entre os diversos fluxos existentes;
- fazer testes de solução do problema considerando a existência de corredores já na primeira fase do modelo;
- buscar por um esquema de geração de estrutura de árvore que contemple a área e não somente a condição de proximidades das instalações;
- fazer a implementação do modelo proposto a um caso real.

## BIBLIOGRAFIA

- ABDOU, G. e DUTTA, S. P., An integrated approach to facilities layout using expert systems, **International Journal of Production Research**, Vol. 28, No. 4, 685 - 708, 1990.
- AFENTAKIS, P., MILLEN, R.A ., e SOLOMON, M.M., Dynamic layout strategies for flexible manufacturing systems. **International Journal of Production Research**. Vol. 28, No. 2, 311-323, 1990.
- ALLENBACH, R. e WERNER, M., Facility layout program, **Computers & Industrial Engineering**, Vol 19, NO. 1 -4, 290 - 293, 1990.
- ANDERBERG, M.R., **Cluster Analysis for Applications**, New York: Academic Press, 1973.
- ARMOUR, G.C., e BUFFA, E.S., A heuristic algorithm and simulation approach to relative allocation of facilities. . **Management Science** . Vol. 9, No 2, 294-300, 1963.
- BADIRU, A. B. e ARIF, A., FLEXPART: facility layout expert system using fuzzy linguistic relationship codes, **IEE Transactions**, 28, 295 - 308, 1996.
- BALAS, E. e MAZZOLA, J.B., Quadratic 0-1 programming by a new linearization, presented at the TIMS/ORSA meeting, Washington, DC.



- BAZARAA, M.S., e KIRCA, O ., A branch-and-bound-based heuristic for solving the QAP, **Naval Research Logistics Quarterly** . Vol. 30, 287-304, 1983.
- BAZARAA, M.S., Computerized layout design: A branch and bound approach, **AIIE Transactions**. Vol. 7, No. 4, 432-437, 1975.
- BAZARAA, M.S., e ELSHAFEI, A .N., An exact branch and bound procedure for quadratic assignment problems. **Naval Research Logistics Quarterly**. Vol. 26, 109-121, 1979.
- BAZARAA, M.S., e SHERALI, M.D., Benders'partitioning scheme applied to a new formulation of the quadratic assignment problem. **Naval Research Logistics Quartely**. Vol. 27, No. 1, 29-41, 1980.
- BLOCK, T.E., A note on comparison of computer algorithms and visual based methods for plant layout by Scriabin and R.C., and R.C. Vergin. . **Management Science**, Vol. 24, No. 12, 235-237, 1977.
- BLOCK, T.E., FATE: A new construction algorithm for facilities layout, **Journal of Engineering Production** . Vol. 2, 111-120, 1978.
- BUFFA, E.S., ARMOUR, G.C., e VOLLMANN, T.E. Allocating facilities with Craft, **Harvard Business Review** . Vol. 42, 136-158, 1964.
- BUFFA, E.S., Sequence analysis for functional layouts. **The Journal of Industrial Engineering**. Vol. 6, 12-13, 25, 1955.
- BURKARD, R.E., Die Störungsmethode zur lösung quadratisches zuordnungsprobleme, **Operations Research Verfahren**. Vol. 16, 84-108, 1973.
- BURKARD, R.E., e BONNINGER, T., A heuristic for quadratic Boolean program with applications to quadratic assignment problems, **European Journal of Operational Research**. Vol. 13, 374-386, 1983.

- BURKARD, R.E., e STRATMAN, K.H., Numerical investigations on quadratic assignment problems, **Naval Research Logistic Quarterly**. Vol.25, 129-144, 1978.
- BURKARD, R.E., Locations with spatial interaction - Quadratic assignment problem, in: R.L. Francis and P.B. Mirchandane (eds.) **Discrete Locations Theory**, Academic Press, New York, 1984.
- CAMBRON, K. E. e EVANS, G. W., Layout design using analytic hierarchy process, **Computers & Industrial Engineering**, Vol. 20, No.2, 211 - 229, 1991.
- CHAN, K. C. e TANSKI, H., A Study of Genetic Crossover Operations on the Facilities Layout Problem, **Computers & Industrial Engineering** , Vol. 26, No. 3, 537 - 550, 1994.
- CO, H., WU, A. e REISMAN, A. A., A throughput-maximizing facility planning and layout model, **International Journal of Production Research**, Vol. 27, No. 1, 1 - 12, 1989.
- CONWAY, R.W., e MAXWELL, W.L., A note on the assignment of facility location. **The Journal of Industrial Engineering**. Vol. 12, 34-36, 1961.
- CORTES, M. B. S., **Algoritmos Genéticos em Problemas de Programação Não Linear Contínua**, (Tese de Doutorado), UFSC - Florianópolis - SC,. 1996.
- CULBRETH, D. N., Manufacturing model: an integrated approach to planning, design and managing industrial facilities, **Computer Aided Design**, Vol. 21, No. 1, 49 - 53, 1989.
- CUNHA, G. e RIBEIRO, S., **Introdução aos Sistemas Especialistas**, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A ., Rio de Janeiro, 1987.
- DAVIS, L., **Handbook of Genetic Algorithms**, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

- DEISENROTH, M.P. e APPLE, J.M., A computerized plant layout analisys and evaluation tecnique, Tecnical paper, **Annual AIIE Conference**, Norcross, GA. 1972.
- DREZNER, Z. , A Heuristic Procedure for the Layout of a Large Number of Facilities, **Management Science**. Vol. 33, No. 7, 907 - 915, July 1987.
- DREZNER, Z. , DISCON: A new method for the layout problem, **Operations Research**. Vol. 25, No. 6, 1375-1384, 1980.
- EADES, P., FOULDS, L.R., e GIFFINI, J., An efficient heuristic for identifiyng a maximum weight planar subgraph, in: **Lecture Notes in Mathematics**. No. 952 (Combinatorial Mathematics IX), Springer, Berlin, 1982.
- EDWARDS, H.K., GILLETTE, B.E., e HALEY, M.C., Modular allocations technique (MAT), **Management Science**, Vol 17, No. 3, 161-169, 1970.
- ELSHAFEI, A .N., Hospital layout as a quadratic assignment problem, **Operations Research Quarterly**, Vol. 29, No. 1, 167-179, 1977.
- EVANS, G.W., WILHELM, M.R., KARWOWSKI, W., A layout design heuristic employing the theory of fuzzy sets, **International Journal of Production Research**, Vol. 25, No. 10, 1431 - 1450, 1987.
- FATTOUCH , N. G., **Metodologia para Alteração do Arranjo Físico do Setor Produtivo de Pequenas e Médias Empresas**, (Dissertação de Mestrado), UFSC - Florianópolis - SC, 1989.
- FOINES, J. A., CULBRETH, C. T. e KING, R. E., Manufacturing cell design: an integer programming model employing genetic algorithms, **IIE Transactions**. Vol. , No. , 69 - 85, 1996.
- FOULDS, L.R., e ROBINSON, D.F., A strategy for solving the plant layout problem. **Operations Research Quartely**. Vol. 27, No. 4, 845-855, 1976.

- FOULDS, L.R., e ROBINSON, D.F., Graph theoretic heuristics for the plant layout problem, **International Journal of Productions Research**. Vol. 16, No. 1, 27-37, 1978.
- FOULDS, L.R., Techniques for facilities layout: Deciding which pairs of activities should adjacent. **Management Science**. Vol. 29, No. 2, 1414-1426, 1983.
- FRIEZE, A .M., e YADEGAR, J., On the quadratic assignment problem. **Discrete Applied Mathematics**. Vol. 5, 89-98, 1983.
- FURTADO, J.C., e LORENA, L. A .N., Otimização de Leiaute usando Busca Tabu, **Gestão & Produção**. Vol. 4, No. 1, 88-107, 1997.
- GALBRAITH, L. e MILLER, W., A multifactor approach to selecting computer generated electronics assembly facility layouts, **Computers & Industrial Engineering** . Vol. 18, No. 1, 1 - 11, 1990.
- GASCHUTS, G.K., e AHRENS, J.H., Suboptimal algorithms for the quadratic assignment problem, **Naval Research Logistics Quarterly**. Vol. 15, 49-62, 1968.
- GAVETT, J.W., e PLYTER, N.V., The Optimal assignment of facilities to locations by branch and bound, **Operations Research**. Vol. 14, 210-232, 1966.
- GEN, M., IDA, K. e CHENG, C., Multirow Machine Layout Problem In Fuzzy Environment Using Genetic Algorithms, **Computers & Industrial Engineering**. Vol. 29, No. 1-4, 519 - 523, 1995.
- GOLANY, B. e ROSENBLATT, M. J., A heuristic algorithm for the quadratic assignement formulation to the plant layout problem, **International Journal of Production Research**. Vol. 27, No. 2, 293 - 308, 1989.
- GOLDBERG, D. E., **Genetic Algorithms In Search, Optimization, and Nachine Learning**, Addison Wesley, 1989.

- GONDRAN, M. e MINOUX, M., **Graphs e algorithms**, Norwich: John Wiley & Sons, 1984.
- GRAVES, G.W., e WHINSTONE, A .B., An algorithm for the quadratic assignment problem, **Management Science**. Vol. 17, No. 7, 453-471, 1970.
- GUPTA, Y., GUPTA, M., KUMAR, A. e SUNDARAM, C., A genetuc algorithm-based approach to cell composition and layout problems, **International Journal of Production Research**. Vol. 34, No. 2, 447 - 482, 1996.
- HASSAN, M. M. D., Machine layout problem In modern manufacturing facilities, **International Journal of Production Research**. Vol. 32, No. 11, 2559 - 2584, 1994.
- HASSAN, M.M.D., e ALBIN, M., Managing data requirements for the machine layout problem. **International Journal of Computer Applications in Technology**. (to appear). 1994.
- HASSAN, M.M.D., HOGG, G.L., e SMITH, D.R., SHAPE: a construction algorithm for area placement evaluation. **International Journal of Production Research**. Vol. 24, No. 5, 1283-1295, 1986.
- HERAGU, S. S. e KUSIAK, A., Efficient models for the facility layout problem, **European Journal of Operational Research**. 53, 1 - 13, 1991.
- HERAGU, S. S. e KUSIAK, A., Machine layout : an optimization and Knowledge-based approach, **International Journal of Production Research**. Vol. 28, No. 4, 615 - 635, 1990.
- HERAGU, S. S. e KUSIAK, A., Machine layout problem in flexible manufacturing systems, Working paper 08/86, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Manitoba, Winnipeg, Manitoba, Canadá, 1986.

- HERAGU, S. S. e KUSIAK, A., Machine layout problem in flexible manufacturing systems, **Operations Research**. Vol. 36, No. 2, 258-268, 1988.
- HERAGU, S. S., Special Issue Facility Layout, **European Journal of Operational Research**. Vol. 57, No. 2, 1992.
- HICKS, P.E., e COWAN, T.E., CRAFT-M for layout rearrangement, **Industrial Engineering**. May, 30-35, 1976.
- HILLER, F.S., Quantitative tools for plant layout analysis. **Industrial Engineering**, Vol. 14, No. 1, 33-40, 1963.
- HILLER, M.R., e CONNORS, M.M., Quadratic assignment problem algorithm and the location of indivisible facilities. **Management Science**. Vol. 13, No. 1, 42-57, 1966.
- HITCHINGS, G.G., e COTTAM, M., An efficient heuristic procedure for solving the layout design problem, **Omega**. Vol. 4, No. 2, 205-214, 1976.
- HOUSHYAR, A. e WHITE, B., Comparison of solution procedures to the facility location problem, **Computers & Industrial Engineering**, Vol. 32, No. 1, 77-87, 1997.
- IRVINE, S.A. e RINSMA-MELCHERT, I., A new approach to the block layout problem, **International Journal of Production Research**. Vol. 35, No. 8, 2359 - 2376, 1997.
- JACOBS, R.F., A note on SPACECRAFT for multifloor layout planning, **Management Science**. Vol. 30, No. 5, 648-649, 1984.
- JAKOBS, S., On genetic algorithms for the packing of polygons, **European Journal of Operational Research**. Vol. 88, 165-181, 1996.
- JOHNSON, R. A. e WICHERN, D. W., **Applied Multivariate Statistical Analysis**, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1982.

- JOINES, J.A., CULBRETH, C.T. e KING, R.E., Manufacturing cell design: an integer programming model employing genetic algorithms, **IIIE**. 69-85, 1994.
- JONHSON, R.V., SPACECRAFT for multi-floor layout planning, **Management Science**. Vol. 28, No. 4, 407-417, 1982.
- KAKU, B. K. , THOMPSON, G. L. e MORTON, T. E., A hybrid heuristic for the facilities layout problem, **Computers and Operations Research**. Vol. 18, No. 3, 241-253, 1991.
- KAKU, B.K. e THOMPSON, G.L., An exact algorithm for the general quadratic assignment problem, **European Journal of Operational Research**. Vol. 23, 382-390, 1986.
- KAUFMAN, L. e BROECKS, F., An algorithm for the quadratic assignment problem using Bender's decomposition. **European Journal of Operational Research**. Vol. 2, 204-211, 1978.
- KELLY, J. P., LAGUNA, M. e GLOVER, F., A Study of Diversification Strategies for the Quadratic Assignment Problem, **Computers Operational Research**. Vol. 21, No. 8, 885 - 893, 1994.
- KETCHAM, R. L. , MALSTROM, E. M. e McROBERTS, K. L., A comparison of three computer assisted facilities design algorithms, **Computers & Industrial Engineering**. Vol. 16, No. 3, 375 - 386, 1989.
- KHALIL, T.M., Facilities relative allocation technique (FRAT), **International Journal of Productions Research**. Vol. 12, No. 2, 183-194, 1973.
- KIM, C. , KIM, S.S. e FOOTE, B.L., Assignment problems in single-row and double-row machine layouts during slow and peak periods, **Computers & Industrial Engineering**, Vol. 30, No. 3, 411-422, 1996.

- KOOPMANS, T.C., e BECKMAN, M., Assignment problems and the location of economic activities. **Econometrica**. Vol. 25, 53-76, 1957.
- KOUVELIS, P., CHIANG, W. C. e YU, G., Optimal algorithms for row layout problems In automated manufacturing systems, **IE Transactions**. Vol. 27, 99 - 104, 1995.
- KUSIAK, A. A. e HERAGU, S. S., The facility layout problem, **European Journal of Operational Research**. Vol. 29, 229 - 251, 1987.
- LACKSONEN, T. A., Preprocessing for static and dynamic facility layout problems, **International Journal of Production Research**. Vol. 35, No. 4, 1095 - 1106, 1997.
- LAND, A. H., A problem of assignment with interrelated costs, **Operations Research Quarterly**. Vol. 14, 185-198, 1963.
- LANGEVIN, A., MONTREUIL, B. e RIOPEL, D., Spine layout design, **International Journal of Production Research**. Vol. 32, No. 2, 429 - 442, 1994.
- LAVALLE, I., e ROUCAIROL, C., Parallel branch and bound algorithms, presented at Euro VIII, Bologna, Italy, 1985.
- LAWLER, E.L., The quadratic assignment problem. **Management Science**. Vol. 9, 586-599, 1963.
- LEE, R., e MOORE, J.M., CORELAP - computerized relationship layout planning, **Journal of Industrial Engineering**. Vol. 18, 195-200, 1967.
- LIGGETT, R.S., The quadratic assignment problem: na experimental evaluation of solution strategies. **Management Science**. Vol. 27, No. 4, 442-458, 1981.
- LITTLE, J.D.C., MURTY, K.G., SWEENEY, D.W. e KAREL, C., An algorithm for the travelling salesman problem, **Operations Research**. Vol. 11, 972-989, 1963.



- LOVE, R.F., e WONG, J.W., Solving quadratic assignment problems with rectilinear distances and integer programming, **Naval Research Logistics Quarterly**. Vol. 23, 623-627, 1976.
- MALAKOOTI, B., Multiple objective facility layout : a heuristic to generate efficient alternatives, **International Journal of Production Research**. Vol. 27, No. 7, 1225 - 1238, 1989.
- MALMBORG, C. J., Heuristic, storage space minimization methods for facility layouts served by looped AGV systems, **International Journal of Production Research**. Vol. 32, No. 11, 2695 - 2710, 1994.
- MARQUES, S. R. A., **Projeto de Layout Industrial no Contexto Just In Time Auxiliado por Computador**, (Dissertação de Mestrado), UFSC - Florianópolis - SC., 1993.
- MAYERLE, S.F., Um sistema de apoio à decisão para o planejamento operacional de empresas de transporte rodoviário urbano de passageiros, (Tese de Doutorado), UFSC – Florianópolis – SC, 1996.
- MONTREUIL, B. e RATLIFF, H. D., Utilizing Cut Trees as Design Skeletons for Facility Layout, **IIE Transactions**. Vol. 21, No. 2, 136 - 143, June 1989.
- MOON, G. e McROBERTS, K. L., Combinatorial optimization In facility layout, **Computers & Industrial Engineering**. Vol. 17, No. 1 - 4, 43 - 48, 1989.
- MOORE, J.M., Computer aided facilities design: an international survey, **International Journal of Production Research**. Vol. 12, No. 1, 21-44, 1974.
- MURTER, R., e McPHERSON, K., Four approaches to computerized layout planning, **Industrial Engineering**. February, 39-42, 1970.
- MUTHER, R., **Practical Plant Layout**. Mc Graw-Hill, New York, 1955.
- MUTHER, R., **Systematic Layout Planning**. Cahers Books, Boston, MA, 1973.

- NEGHBAT, F., An efficient equipment layout algorithm, **Operations Research**. Vol. 22, 622-628, 1974.
- NUGENT, C. E., VOLLMANN, T. E. e RUMML, J., An experimental Comparison of Techniques for the Assignment of Facilities to Locations, **Operations Research**. Vol. 16, 150 - 173, 1968.
- O'BRIEN, C., e ABDEL BARR, S.E.Z., An interactive approach to computer aided facility layout, **International Journal of Production Research**. Vol. 18, No. 2, 201-211, 1980.
- PALEKAR, U. S., BATTU, R., BOSCH, R. M. e ELHENCE, S., Modeling uncertainties In plant layout problems, **European Journal of Operational Research**. Vol. 63, 347 - 359, 1992.
- PICONE, C.J., e WILHELM, W.E., Perturbation scheme to improve Hiller's solution to the facilities layout problem. . **Management Science**. Vol. 30, No. 10, 1238-1249, 1984.
- PIERCE, J.F. e CROWSTON, W.B., Tree-search algorithms for quadratic assignment problems, **Naval Research Logistics Quarterly**. Vol. 18, 1-36, 1971.
- RAOOF, A. D. e RAKSHIT, A., A 'fuzzy' heuristic for the quadratic assignment formulation to the facility layout problem, **Internacional Journal of Production Research**. Vol. 23, No. 3, 563 - 581, 1994.
- REINGOLD, E.M., NIEVERGELT, J., DEO, N., **Combinatorial Algorithms, Theory and Practice**. Printice-Hall, INC., ENGLEWOOD CLIFFS, NEW JERSEY, 401-403, 1977.
- RITZMAN, L.P., BRADFORD, J., e JACOBS, R., A multiple objective approach to space planning for academic facilities. **Management Science**. Vol. 25, No. 9, 895-906, 1979.

- ROSENBLATT, M.J. e LEE, H. L., A robustness approach to facilities design, **International Journal of Production Research**. Vol. 25, No. 4, 479 - 486, 1987.
- SAVSAR, M., Flexible facility layout by simulation, **Computers & Industrial Engineering**. Vol. 20, No. 1, 155 - 165, 1991.
- SCRIABIN, M., e VERGIN, R.C., A cluster-analytic approach to facility layout, **Management Science**. Vol. 31, No. 1, 33-49, 1985.
- SEPPANNEN, J.J., e MOORE, J.M., Facilities planning with graph theory, **Management Science**. Vol. 17, No. 4, 242-253, 1970.
- SEPPANNEN, J.J., e MOORE, J.M., String processing algorithms for plant layout problems, **International Journal of Production Research**. Vol. 13, No. 3, 239-254, 1975.
- SHORE, R.H., e TOMPKINS, J. A ., Flexible facilities design, **AIIE Transactions**. Vol. 12, No. 2, 200-205, 1980.
- SIRINAOVAKUL, B. e THAJCHAYAPONG, P., A knowledge base to assist a heuristic search approach to facility layout, **International Journal of Production Research**. Vol. 32, No. 1, 141 - 160, 1994.
- SURESH, G., VINOD, V. V. e SAHU, S., A genetic algorithm for facility layout, **International Journal of Production Research**. Vol. 33, No. 12, 3411 - 3423, 1995.
- SVESTKA, J. A., MOCRAFT: a professional quality microcomputer implementation of CRAFT with multiple objectives, **Copmputers & Industrial Engineering**. Vol. 18, No. 1, 13 - 22, 1990.
- TAM, K. Y. e LI, S. G., A hierarchical approach to the facility layout problem, **International Journal of Production Research**. Vol. 29, No. 1, 165 - 184, 1991.

- TAM, K. Y., A simulated annealing algorithm for allocating space to manufacturing cells, **International Journal of Production Research**. Vol. 30, No. 1, 63 - 87, 1992a.
- TAM, K. Y., Genetic algorithms, function optimization, and facility layout design, **European Journal of Operational Research**. Vol. 63, 322 - 346, 1992b.
- TATE, D. M. e SMITH, A. E., A Genetic Approach to the Quadratic Assignment Problem, **Computers Operational Research**. Vol. 32, No. 1, 73- 83, 1995a.
- TATE, D. M. e SMITH, A. E., Unequal-area facility layout by genetic search, **IE Transactions**. Vol. 27, 465 - 472, 1995b.
- THOMPCKINS, J. A ., e WHITE, J.A ., **Facilities Planning**, John Wiley and Sons, New York, 1984.
- TOMPCKINS, J.A ., e REED, R., Jr. Na applied model for the facilities design problem, **International Journal of Productions Research**. Vol. 14, No. 5, 583-595, 1976.
- TRETHEWAY, S. J. e FOOTE, B. L., Automatic computation and drawing of facility layouts logical aisle structures, **International Journal of Production Research**. Vol. 32, No. 7, 1545 - 1555, 1994.
- VOLLMANN, T.E., NUGENT, C.E., e ZARTLER, A computerized model for office layout, **The Journal of Industrial Engineering**. Vol. 19, 321-327, 1968.
- WASCHER, O. e MERKER, J., A comparative evaluation of heuristics for the adjacency problem in facility layout planning, **International Journal of Production Research**. Vol. 35, No. 2, 447 - 466, 1997.
- WATSON, K.H. e GIFFIN, J.W., The vertex splitting algorithm for facilities layout, **International Journal of Production Research**. Vol. 35, No. 9, 2477 - 2492, 1997.

- WELGAMA, P. S. e GIBSON, P. R., An integrated methodology for automating the determination of layout and materials handling system, **International Journal of Production Research**. Vol. 34, No. 8, 2247 - 2264, 1996.
- WIMMERT, R.J., A mathematical method for equipament location. **The Journal of Industrial Engineering**. Vol. 9, 498-505, 1958.
- YOKOTA, T., GEN, M., TAGUCHI, T. e LI, Y., A Method for Interval 0-1 Nonlinear Programming Problem using Genetic Algorithm, **Computers & Industrial Enginnering**. Vol. 29, No. 1-4, 531 - 535, 1995.
- YOKOTA, T., GEN, M., TAGUCHI, T. e LI, Y., Genetic Algorithn for non-linear mixed integer programming problems and its applications, **Computers & Industrial Enginnering**. Vol. 30, No. 4, 905-917, 1996.
- ZIAI, M.R. e SULE, D.R., Computerized facility layout design, **Computers & Industrial Engineering**, Vol. 21, No. 1 - 4, 385 - 389, 1991.
- ZOLLER, K., e ADENDORFF, K., Layout planning by computer simulation, **AIE Transactions**. Vol. 4, No.2, 1972.

## ANEXOS

### ANEXO A - Busca de Caminhos Mínimos em Grafos (Mayerle, 1997)

#### Definições

Definição 1 Grafo é uma estrutura matemática  $G(X, A)$ , onde  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  é um conjunto de nós (ou vértices) do grafo, e  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  é o conjunto de arcos do grafo. O arco  $a_r = (x_i, x_j)$  conecta os vértices  $x_i \in X$  e  $x_j \in X$ , no sentido do primeiro nó para o segundo.

Definição 2  $\Gamma(x_i) = \{x_j \in X \mid a_r = (x_i, x_j) \in A\}$  é o conjunto de vértices sucessores de  $x_i \in X$  no grafo  $G(X, A)$  e  $\Gamma^{-1}(x_i) = \{x_j \in X \mid a_r = (x_j, x_i) \in A\}$  é o conjunto de vértices predecessores de  $x_i \in X$  no grafo  $G(X, A)$ .

Definição 3 Um caminho que conecta dois vértices do grafo, digamos  $x_s, x_t \in X$ , é definido por uma sequência de nós  $K_{st} = \{x_s, \dots, x_{jk}, x_{jk+1}, \dots, x_t\}$ , onde  $x_{jk+1} \in \Gamma(x_{jk})$ ,  $\forall x_{jk}$ .

#### Algoritmo de Dijkstra

O algoritmo de Dijkstra foi desenvolvido para determinar o caminho mínimo entre dois vértices  $x_s, x_t \in X$ , em grafos nos quais a cada arco  $a_r = (x_i, x_j)$  está associado um custo de transposição dado por  $c_{ij} \geq 0$ .

Seja  $(p_i, l_i, s_i)$  um rótulo associado a cada vértice  $x_i \in X$ , onde:

$p_i$  - é o vértice predecessor de  $x_i \in X$  no caminho de custo mínimo entre  $x_s$  e  $x_i$ ;

$l_i$  - é o custo acumulado associado ao caminho mínimo entre  $x_s$  e  $x_i$ ;

$s_i$  - é a situação do vértice  $x_i \in X$ , que pode ser N (não-rotulado), R (rotulado)

e P (processado).

#### Algoritmo

**P1** Rotule o vértice inicial  $x_s$  com  $(p_s, l_s, s_s) = (\emptyset, 0, R)$ , e os demais vértices com  $(p_i,$

$l_i, s_i) = (\emptyset, +\infty, N)$ ;

**P2** Seja  $\Psi = \{x_i \in X \mid s_i \in R\}$ .

Se  $\Psi = \emptyset$ , então PARE, pois não existe caminho que conecta  $x_s$  a  $x_t$ .

Se  $\Psi \neq \emptyset$ , então determine  $x_k \in \Psi$  tal que  $l_k = \min_{x_i \in \Psi} l_i$ .

**P3** Se  $x_k = x_t$  então PARE (o custo do caminho mínimo é  $l_k$ , e a sequência de vértices do caminho é definida pelos predecessores). Em caso contrário, vá ao passo 4;

**P4** Para cada  $x_j \in \Gamma(x_k)$ , calcule:  $v = l_k + c_{kj}$  e se  $v < l_j$ , então rotule novamente o vértice  $x_j$  com  $(p_j, l_j, s_j) = (x_k, v, R)$ ;

**P5** Rotule novamente  $x_k$  com  $(p_k, l_k, s_k) = (p_k, l_k, P)$  e volte ao passo 2.

## ANEXO B

### QUADRO DE ÁREAS E RAZÃO DE FORMA PARA 30 INSTALAÇÕES

Facilidade	Área	Razão de Forma	
		limite inf.	limite sup.
1	100	0,70	1,00
2	80	1,00	1,00
3	50	0,70	1,30
4	60	0,50	0,80
5	120	0,90	1,00
6	40	0,60	1,00
7	20	0,70	1,40
8	40	1,00	1,00
9	150	0,80	1,10
10	120	0,50	1,50
11	50	0,70	1,10
12	10	0,80	1,20
13	20	0,95	1,50
14	30	0,75	1,25
15	50	0,90	1,10
16	20	0,80	1,50
17	40	0,40	1,40
18	20	0,90	1,90
19	80	1,00	1,00
20	100	0,95	1,15
21	40	0,50	1,50
22	50	1,00	1,10
23	80	0,60	1,00
24	10	0,90	1,00
25	40	0,80	1,10
26	10	0,50	1,20
27	40	0,80	1,00
28	10	0,50	1,30
29	80	0,90	1,05
30	40	0,90	1,10

Fonte: Quadro extraído do artigo de Tam (1992b).



## ANEXO C

### QUADROS DOS FLUXOS (Extraídos do artigo de Nugent et al., 1968)

n=12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0											
2	5	0										
3	2	3	0									
4	4	0	0	0								
5	1	2	0	5	0							
6	0	2	0	2	10	0						
7	0	2	0	2	0	5	0					
8	6	0	5	10	0	1	10	0				
9	2	4	5	0	0	1	5	0	0			
10	1	5	2	0	5	5	2	0	0	0		
11	1	0	2	5	1	4	3	5	10	5	0	
12	1	0	2	5	1	0	3	0	10	0	2	0

n=15

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0														
2	10	0													
3	0	1	0												
4	5	3	10	0											
5	1	2	2	1	0										
6	0	2	0	1	3	0									
7	1	2	2	5	5	2	0								
8	2	3	5	0	5	2	6	0							
9	2	2	4	0	5	1	0	5	0						
10	2	0	5	2	1	5	1	2	0	0					
11	2	2	2	1	0	0	5	10	10	0	0				
12	0	0	2	0	3	0	5	0	5	4	5	0			
13	4	10	5	2	0	2	5	5	10	0	0	3	0		
14	0	5	5	5	5	5	1	0	0	0	5	3	10	0	
15	0	0	5	0	5	10	0	0	2	5	0	0	2	4	0

n=20

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0																			
2	0	0																		
3	5	3	0																	
4	0	10	2	0																
5	5	5	0	1	0															
6	2	1	5	0	5	0														
7	10	5	2	5	6	5	0													
8	3	1	4	2	5	2	0	0												
9	1	2	4	1	2	1	0	1	0											
10	5	4	5	0	5	6	0	1	2	0										
11	5	2	0	10	2	0	5	10	0	5	0									
12	5	5	0	2	0	0	10	10	3	5	5	0								
13	0	0	0	2	5	10	2	2	5	0	2	2	0							
14	0	10	5	0	1	0	2	0	5	5	5	10	2	5	0					
15	5	10	1	2	1	2	5	10	0	1	1	5	2	5	0					
16	4	3	0	1	1	0	1	2	5	0	10	0	1	5	3	0				
17	4	0	0	5	5	1	2	5	0	0	0	1	0	1	0	0	0			
18	0	5	5	2	2	0	1	2	0	5	2	1	0	5	5	0	5	0		
19	0	10	0	5	5	1	0	2	0	5	2	2	0	5	10	2	2	1	0	
20	1	5	0	5	1	5	10	10	2	2	5	5	5	0	10	0	0	1	6	0

n=30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0																													
2	3	0																												
3	2	4	0																											
4	0	0	3	0																										
5	0	10	4	0	0																									
6	2	4	0	0	5	0																								
7	10	0	5	0	2	1	0																							
8	5	0	5	2	0	2	10	0																						
9	0	2	5	2	0	2	10	1	0																					
10	5	2	1	0	0	1	5	3	10	0																				
11	2	1	4	6	0	4	10	5	2	5	0																			
12	5	0	1	0	2	10	10	0	1	5	0	0																		
13	0	5	0	2	0	10	6	0	5	6	0	5	0																	
14	0	0	4	5	0	2	0	0	2	0	1	5	2	0																
15	2	0	0	2	0	5	0	2	0	1	2	2	0	2	0															
16	0	0	4	5	0	5	10	4	3	5	1	0	4	1	4	0														
17	5	0	0	1	2	0	2	5	0	5	0	0	2	0	5	0	0													
18	6	2	6	1	1	5	1	2	2	0	2	0	2	5	1	3	2	5	0											
19	3	0	3	1	0	0	10	10	0	5	0	0	1	3	0	0	2	5	0											
20	0	1	2	1	0	0	1	6	0	2	0	2	0	10	1	2	0	1	0	0										
21	1	6	5	2	2	0	5	0	4	3	0	0	6	0	0	2	0	2	5	5	0									
22	10	1	5	2	0	10	5	5	0	5	6	4	2	0	5	0	0	10	5	2	4	0								
23	0	0	2	4	5	0	2	5	5	0	6	5	1	4	0	2	6	10	1	1	0	5	0							
24	10	1	1	0	1	0	3	2	2	5	0	10	5	2	2	0	5	4	0	3	1	0	0	0						
25	2	2	0	2	0	0	5	5	0	2	4	1	5	0	0	5	3	0	5	1	0	4	4	5	0					
26	1	2	0	0	2	4	0	0	5	10	5	0	0	0	0	5	0	5	1	6	0	5	1	0	0	0				
27	1	5	3	2	1	0	2	5	2	10	3	0	0	4	5	5	0	5	1	6	0	5	1	0	0	0	0			
28	1	1	1	2	0	10	0	5	2	1	2	0	1	2	1	2	0	0	2	5	5	0	0	1	10	0	0	0		
29	0	10	0	5	2	1	1	0	5	5	2	0	5	5	1	5	5	0	10	5	0	2	2	0	1	0	0	2	0	
30	1	5	2	5	1	1	3	2	2	2	10	1	5	5	0	10	1	0	10	3	0	5	2	0	0	0	10	2	2	0